

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS DE DA NATUREZA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA A DISTÂNCIA

Erenilson Francisco da Silva

**Cálculo de área e perímetro das principais figuras planas:
discutindo a adequação de exercícios e problemas para o
GeoGebra**

Pitimbu – PB
2013

Erenilson Francisco da Silva

**Cálculo de área e perímetro das principais figuras planas:
discutindo a adequação de Exercícios e Problemas para o
GeoGebra**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a
Coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática a Distância da Universidade Federal
da Paraíba como Requisito parcial para a
obtenção do título de Licenciado em Matemática

Orientadora: Prof^ª .Dr^ª.Cibelle de Fátima Castro
de Assis

Pitimbu - PB
2013

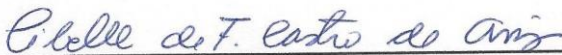
Cálculo de área e perímetro das principais figuras planas: discutindo a adequação de exercícios e problemas para o GeoGebra

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática a Distância da Universidade Federal da Paraíba como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em Matemática.

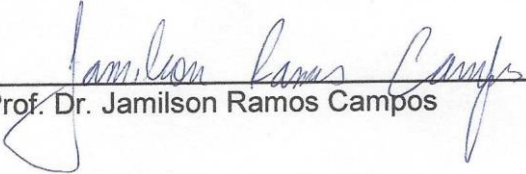
Orientadora: Prof^ª. Dr^ª. Cibelle de Fátima Castro de Assis

Aprovado em 10/12/13

COMISSÃO EXAMINADORA


Prof^ª. Dr^ª. Cibelle de Fátima Castro de Assis (Orientadora)


Prof^ª. Ms. Severina Andréa Dantas de Farias


Prof. Dr. Jamilson Ramos Campos

Catálogo na publicação
Universidade Federal da Paraíba
Biblioteca Setorial do CCEN

S586c Silva, Erenilson Francisco da.

Cálculo de área e perímetro das principais figuras planas: discutindo a adequação de exercícios e problemas para o Geogebra / Erenilson Francisco da Silva. – Pitimbu, 2013.

67p. : il. –

Monografia (Licenciatura em Matemática) / EAD - Universidade Federal da Paraíba.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Cibelle de Fátima Castro de Assis.

1. Matemática – Ensino e aprendizagem. 2. Área - Figuras planas.
3. Perímetro – Figuras planas. 4. *Software* Geogebra. I. Título.

UFPB/BS-CCEN

CDU 51 (043.2)

Dedico aos meus pais, José Francisco da Silva e Laurineide
Marques da Silva, pela educação que me deram.

AGRADECIMENTOS

Eu agradeço a Deus, pois este trabalho e tudo que aprendi neste curso de licenciatura, foi fruto do seu amor e da sua misericórdia. Houve momentos em que pensei que não conseguiria terminar o curso, mas mesmo quando eu já não acreditava em mim, Deus, nunca deixou de acreditar. Obrigado meu Deus!

Agradeço aos meus pais, José Francisco e Laurineide Marques, pois foram as pessoas que me colocaram na escola e sempre me incentivaram a ir as aulas e agradeço também porque fizeram por mim tudo o que estava ao alcance de eles.

Agradeço a todos os tutores presenciais que trabalharam no Polo de Pitimbu, pelo trabalho que desenvolveram no Polo, agradeço também a todos os professores e tutores à distância que fizeram parte das disciplinas do curso, por serem profissionais dedicados.

Agradeço a minha orientadora, Cibelle de Fátima Castro de Assis, que muito me ajudou neste trabalho que também é fruto da sua dedicação, do seu profissionalismo e da sua competência.

Agradeço a Leonardo Pedro e a Jordão Nascimento, colegas do curso e meus amigos, pois me ajudaram muito também e foram exemplos de dedicação e perseverança.

RESUMO

Este trabalho tem o objetivo de discutir a adequação de exercícios e problemas envolvendo área e perímetro das principais figuras planas para o trabalho com o GeoGebra. Como referencial teórico utilizamos, entre outros, autores como TOLEDO e TOLEDO, (1997), DANTE (2000) e ASSIS e BEZERRA (2011). Procuramos com base em Dante (2000), mostrar os diversos tipos de problemas e exercícios. Seleccionamos diversos problemas envolvendo área e/ou perímetro das principais figuras planas nos livros didáticos de Matemática de uma escola da cidade de Pitimbu. Concluimos que os problemas não servem para o trabalho com o GeoGebra, pois não exploram o aspecto dinâmico do *software*, o GeoGebra neste caso seria usado apenas como ferramenta de desenho e/ou ferramenta de cálculo, tornando sua utilização desnecessária e assim as atividades muitas vezes se resumiriam apenas a aplicação de fórmulas. Assim, criamos e/ou adaptamos problemas que exploram o aspecto dinâmico do *software* e também a capacidade interpretativa dos alunos, levando-os a uma aprendizagem significativa dos conceitos abordados. Além disso, também concluimos que o GeoGebra é uma importante ferramenta didática, pois auxilia o professor no processo ensino-aprendizagem, pois trabalha a capacidade criativa e interpretativa dos alunos de forma dinâmica, levando-os, no nosso caso, a compreenderem o conceito de área e perímetro das principais figuras planas de forma significativa.

Palavras-chave: Problemas. Figuras planas. Área. Perímetro. GeoGebra. *Software*.

ABSTRACT

This paper aims to discuss the adequacy of exercises and problems involving area and perimeter of the main plane figures to work with GeoGebra. As a theoretical framework we use, among others, and authors like TOLEDO TOLEDO, (1997), DANTE (2000) and ASSISI and BEZERRA (2011). We try based on Dante (2000), showing the various types of problems and exercises. We selected several problems involving area and/or perimeter of the main plane figures in textbooks of mathematics in a school in Pitimbu. We conclude that the problems are not intended to work with GeoGebra therefore do not exploit the dynamic aspect of the software, GeoGebra this case would be used only as a drawing and/or the calculation tool tool, making their unnecessary use and so the activities often could sum up just applying formulas. Thus, we have created and/or adapted problems that explore the dynamic aspect of the software and the interpretive skills of the students, leading them to a meaningful learning of the concepts covered. Furthermore, we also concluded that GeoGebra is an important teaching tool because it assists the teacher in the teaching- learning process, because it works the creative and interpretive skills of the students in a dynamic way, leading them, in our case, to understand the concept of area and perimeter of the main plane figures significantly.

Keywords: Problems. Plane figures. Area. Perimeter. GeoGebra. *Software*.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Problemas 31 e 32	29
Figura 2: Problema 72.....	30
Figura 3: Problema 75.....	30
Figura 4: Problema 19.....	31
Figura 5: Problema 30.....	31
Figura 6: Problema 37.....	31
Figura 7: Problema 47.....	31
Figura 8: Problemas 43 e 44	32
Figura 9: <i>Circunferência e Círculo</i>	33
Figura 10: Problema 38.....	33
Figura 11: Problema 1.....	34
Figura 12: Problema 40.....	34
Figura 13: <i>Barra de ferramentas do GeoGebra</i>	37
Figura 14: <i>Janela para desenho de polígonos</i>	37
Figura 15: <i>Janela para desenho de círculos</i>	38
Figura 16: <i>Perímetro e área no GeoGebra</i>	38
Figura 17: <i>Triângulo e círculo</i>	38
Figura 18: <i>Retângulo obtido através de suas definições</i>	39
Figura 19: <i>Triângulo</i>	43
Figura 20: <i>Movimentando o ponto C</i>	44
Figura 21: <i>Movimentando o ponto C</i>	45
Figura 22: <i>Movimentando o ponto B</i>	46
Figura 23: <i>Quadrados</i>	46
Figura 24: <i>Área dos quadrados</i>	47
Figura 25: <i>Movimentando o seletor</i>	48
Figura 26: <i>Retângulo</i>	49
Figura 27: <i>Movimentando o ponto C do retângulo</i>	50
Figura 28: <i>Área e perímetro do paralelogramo</i>	50
Figura 29: <i>Área e perímetro do retângulo</i>	51
Figura 30: <i>Trabalho de Paulo</i>	52
Figura 31: <i>Área da cidade e do buraco</i>	53
Figura 32: <i>Área do buraco no seu tamanho máximo</i>	53
Figura 33: <i>Perímetro da cidade</i>	54
Figura 34: <i>Formando o losango</i>	55
Figura 35: <i>Losango a partir de um retângulo</i>	56
Figura 36: <i>Área e perímetro do losango e do retângulo</i>	56
Figura 37: <i>Trapézio</i>	57
Figura 38: <i>Área e perímetro do trapézio</i>	58
Figura 39: <i>Área e perímetro do trapézio</i>	58
Figura 40: <i>Área e perímetro do trapézio</i>	59
Figura 41: <i>Área e perímetro do trapézio</i>	59
Figura 42: <i>Trapézio escaleno e trapézio</i>	60
Figura 43: <i>Área do trapézio isósceles</i>	60
Figura 44: <i>Área do trapézio escaleno</i>	60

SUMÁRIO

1	MEMORIAL ACADÊMICO	10
1.1	Histórico da Formação Escolar	10
1.2	Histórico de Formação Universitária.....	11
2	INTRODUÇÃO	13
2.1	Apresentação do tema.....	13
2.2	Problemática e Justificativa.....	14
2.3	Objetivos.....	16
2.3.1	Objetivos gerais	16
2.3.2	Objetivos específicos	16
2.4	Considerações Metodológicas	17
3	REFERENCIAL TEÓRICO.....	18
3.1	O conteúdo matemático: área e perímetro de figuras planas.....	18
3.2	Exercícios, problemas e situações- problema no cálculo do perímetro e da área das principais figuras planas.....	20
3.2.1	Exemplos de Exercícios envolvendo o perímetro e/ou a área das principais figuras planas.....	22
3.2.2	Exemplos de problemas e situações-problema envolvendo o perímetro e/ou a área das principais figuras planas.....	25
3.3	Os problemas de cálculo de área e perímetro nos livros didáticos.....	29
3.4	O uso de software no ensino de Matemática.....	35
3.5	Cálculo de perímetro e área das principais figuras planas no GeoGebra.....	37
4	RESULTADOS DA PESQUISA.....	42
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	62
	REFERÊNCIAS.....	64
	APÊNDICE.....	66

1.1 Histórico da Formação Escolar

Minha formação escolar começou no ano de 1994, na antiga alfabetização, na Escola Municipal Antônio Lourenço de Barros, localizada na zona rural da cidade de Pitimbu. Nesta escola, estudei até o ano de 1998, onde neste mesmo ano concluí a 4ª série (atualmente 5º ano) do Ensino Fundamental. Lembro-me que eu era um aluno muito tímido, mal falava na sala de aula, mas sempre fui apaixonado pela matemática, quase sempre era a disciplina que eu tinha as minhas melhores notas. Nestes meus primeiros anos como estudante sempre tive o incentivo dos meus pais para os estudos, a se destacar o papel exercido pela minha mãe, dona Laurineide Marques da Silva, que me orientava a sempre prestar atenção na explicação da professora e nunca ser indisciplinado na escola. A minha mãe toda noite ficava me ensinando a soletrar as palavras das lições do livro didático, algo que foi fundamental para que eu aprendesse a ler.

A escola Antônio Lourenço de Barros oferecia estudos até 4ª série do Ensino Fundamental, e por isso que em 1999 fui matriculado na Escola Estadual de 1º e 2º graus Dr. João Gonçalves, que ficava localizada no Centro da cidade de Pitimbu.

Nas primeiras semanas de aulas por não existir transporte escolar disponível para os estudantes da zona rural, eu e os outros alunos íamos de carona para escola com um senhor que trabalhava com um caminhão no centro da cidade e para voltar para casa a dificuldade era ainda maior, pois não havia transporte certo para retornarmos. Depois um ônibus escolar foi disponibilizado, mas este vivia quebrando. Mesmo assim nunca me senti desanimado para estudar, pois a minha mãe nunca permitiu que estas dificuldades no transporte fossem motivo para que eu não fosse à escola. Os anos de estudo na escola Dr. João Gonçalves foram anos de muito aprendizado e onde o desejo de aprender e entender sobre os assuntos matemáticos ficaram ainda mais evidentes, pois quando eu estava em casa, muitas vezes, o meu passatempo era a resolução de problemas matemáticos de livros antigos que eu possuía. Estudei nesta escola o restante das séries do Fundamental e concluí o Ensino Médio em 2005.

Na 8ª série, hoje 9º ano, e no 1º ano do ensino Médio tive um professor de Matemática conhecido como Manoel de Souza, um professor brincalhão, mas muito competente e amigo dos alunos, que ensinava de forma prazerosa, um professor que serve de modelo para mim, pois quero ser um professor com as mesmas características que ele possui.

Mesmo eu tendo uma enorme preferência pela Matemática, nunca tive grandes problemas nas outras disciplinas, pois eu às levava a sério também, procurando fazer todas as atividades propostas e estudando para os testes e para as provas. O meu êxito, graças a Deus, na minha formação escolar foi de fato ir à escola para estudar e não apenas ir à escola.

1.2 Histórico de Formação Universitária

Ingressei na UFPB no curso de Licenciatura em Matemática na modalidade à distância no ano de 2008. Neste mesmo ano por motivo de trabalho acabei abandonando o primeiro período. No segundo período de 2008 mudei de emprego e dei prosseguimento ao curso, era uma forma de aprendizado bem diferente da qual eu estava acostumado, mas com empenho consegui, graças a Deus, passar por média em todas as disciplinas do primeiro período, um período complicado devido à adaptação.

No decorrer dos períodos enfrentei problemas de transporte para me deslocar até o polo de apoio presencial, pois era o local onde eu fazia todas as minhas atividades acadêmicas por não possuir um computador. Somado a esses problemas, passei por problemas pessoais que me atrapalharam muito e acabei me atrasando no desenvolvimento do curso.

Neste curso à distância me chamaram a atenção às aulas presenciais com os professores e tutores das disciplinas, que eram ministradas uma semana antes das provas, pois eram momentos em que tínhamos contato direto com alunos de outros polos, onde compartilhávamos experiências, dúvidas e incentivos. Quando assisti a minha primeira aula presencial do curso, e isto ocorreu infelizmente apenas no segundo período de 2011, vendo o empenho e a forma como os professores ministravam as aulas, eu pensei: é isto mesmo que eu quero para minha vida. Foram nestas aulas que eu me dei conta da grandeza do curso que eu estava fazendo e da beleza da profissão,

isto foi um divisor de águas, passei a me esforçar mais e não deixar que os problemas fossem empecilhos para a realização do objetivo de me tornar um professor.

Em Janeiro de 2012 comprei o meu computador, o que me ajudou muito, pois consegui cursar todas as disciplinas que estavam atrasadas e passar por média em todas as disciplinas. Depois que comprei o computador ficou evidente o quanto a falta deste recurso me atrapalhou no decorrer do curso.

As disciplinas de Estágio Supervisionado foram disciplinas que me marcaram muito, pois elas me “assustavam”. Devido a minha timidez eu pensava que eu não era capaz de dar aulas, que os alunos não me respeitariam e não me levariam a sério. Mas contrariando as minhas expectativas negativas, foram experiências marcantes e positivas. Há que se destacar Estágio Supervisionado II e Estágio Supervisionado IV, que são disciplinas onde temos que ministrar algumas aulas.

Destas duas eu destaco a disciplina Estágio Supervisionado II, pois foi minha primeira experiência no comando de uma sala de aula, onde preparei as primeiras aulas, onde enfrentei pela primeira vez os desafios e os problemas que a profissão proporciona. Foram momentos que guardo com carinho em minha memória. Esta experiência ocorreu em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental, eram alunos jovens, como já era de se esperar pela série, mas que aprendiam com uma enorme facilidade, onde mais uma vez tive a certeza de que eu tinha escolhida a profissão certa.

Com a realização deste Trabalho de Conclusão do Curso e a disciplina de Libras – Língua Brasileira de Sinais estou finalizando a Licenciatura em Matemática. Espero me tornar um professor de Matemática competente e que tenha como objetivo primordial o aprendizado de seus alunos.

2.1 Apresentação do Tema

Este trabalho de conclusão de curso volta-se para o estudo e questões didáticas sobre o cálculo de área e perímetro de figuras planas do segundo segmento do Ensino Fundamental. Nos PCN (BRASIL, 1998), que servem de referência para o trabalho escolar do 6º ao 9º ano, nos 3º e 4º Ciclos, a questão de área de figuras planas é abordada no bloco temático Grandezas e Medidas.

Em nossa vida cotidiana podemos encontrar vários exemplos da aplicabilidade desses conceitos. Por exemplo, para saber quantos metros quadrados de ladrilhos serão usados para ladrilhar um determinado piso, para determinar quantos metros de arame serão necessários para cercar um terreno ou para a construção de uma caixa-d'água para que ela tenha uma determinada capacidade.

O estudo sobre área e perímetro de figuras planas é importante também porque eles são conceitos fundamentais para outros conteúdos da Geometria, principalmente a área, para a determinação do volume de sólidos geométricos, como por exemplo: o volume do cubo, do paralelepípedo, do cilindro, entre outros. Além disso, como são conceitos geométricos, segundo PAVANELLO (1993), mantém relações com a Aritmética, a Álgebra e a Trigonometria, trazendo grandes contribuições para a construção do conhecimento matemático. Isto é verdade, pois há inúmeras situações-problema envolvendo o conceito de área e perímetro de figuras planas que podem ser resolvidas relacionando-os à conceitos aritméticos, algébricos, ou trigonométricos.

Segundo os PCN (BRASIL, 1998), devem ser trabalhados no 3º Ciclo os seguintes conceitos e procedimentos relativos à esse conteúdo:

- Compreensão da noção de medida de superfície e de equivalência de figuras planas por meio da composição e decomposição de figuras. (BRASIL, 1998, p. 74)
- Cálculo da área de figuras planas pela decomposição e/ou composição em figuras de áreas conhecidas, ou por meio de estimativas. (BRASIL, 1998, p. 74)

Para o 4º Ciclo alguns dos conceitos e procedimentos são:

- Cálculo da área de superfícies planas por meio da composição e decomposição de figuras e por aproximações. (BRASIL, 1998, p. 89)
- Construção de procedimentos para o cálculo de áreas e perímetros de superfícies planas (limitadas por segmentos de reta e/ou arcos de circunferência). (BRASIL, 1998, p. 89)

Não é só nos Parâmetros Curriculares Nacionais que o conteúdo conceito e cálculo de área e perímetro de figuras planas é tido como assunto relevante na aprendizagem matemática de alunos dos anos finais do Ensino Fundamental. Na Matriz de Referência de Matemática da Prova Brasil para a 8ª série (9º ano) do Ensino Fundamental, têm-se para o bloco temático Grandezas e Medidas, os seguintes descritores que tratam de área e perímetro de figuras planas:

D12 – Resolver problema envolvendo o cálculo de perímetro de figuras planas.

D13 – Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas.

De acordo com a matriz, espera-se que o aluno que esteja concluindo o último ano do Ensino Fundamental seja capaz de resolver situações-problema que envolvam o cálculo de área e perímetro de figuras planas, conforme especificado nos descritores.

2.2 Problemática e Justificativa

Escolhemos desenvolver este tema pelo fato de se tratar de conceitos matemáticos relevantes com uma enorme aplicabilidade, tanto do ponto de vista escolar, quanto do ponto de vista cotidiano. Além disso, os alunos, muitas vezes, sentem dificuldades na sua aprendizagem e não conseguem relacionar os dois conceitos.

Observando o relatório do SAEB sobre a Prova Brasil (BRASIL, 2011) relativo ao desempenho dos alunos nas questões que envolvem os descritores D-12 e D –13 podemos afirmar que a maioria dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental não compreende corretamente o conceito de área e perímetro de figuras planas, pois em uma

questão que envolvia o perímetro de um retângulo, apenas 38% dos alunos responderam corretamente e 47% relacionaram o perímetro como a soma das suas duas medidas. Em outra questão, que envolvia a área de uma figura plana, o percentual de acerto foi de apenas 39%, onde a maioria dos alunos não compreendeu que a área deveria ser calculada decompondo a figura, pois ela era composta por polígonos elementares, cujas áreas deveriam ser conhecidas dos alunos desta série. Isto evidencia a falta de compreensão do que venha a ser a área e o perímetro de uma figura plana e como eles estão relacionados com a mesma.

De fato, segundo os PCN (BRASIL,1998, p.130), no trabalho com as medidas é bastante frequente os alunos confundirem noções de área e de perímetro ou estabelecerem relações não verdadeiras entre elas, assim, por exemplo, quando comparam dois polígonos concluem que “a figura de maior área tem necessariamente maior perímetro e vice-versa”.

Como podemos perceber a forma como esses conceitos são abordados faz muita diferença na aprendizagem dos alunos. Segundo os PCN (BRASIL, 1998, p.130) raramente os alunos são colocados diante de situações-problema em que as duas noções estejam presentes. Também segundo os PCN (BRASIL, 1998, p.131), uma maneira correta de se trabalhar os conceitos de área e perímetro de figuras planas seria variando as situações propostas, como: comparar duas figuras que tenham perímetros iguais e áreas diferentes ou que tenham áreas iguais e perímetros diferentes; duas figuras de modo que uma tenha maior perímetro e menor área que a outra ou maior perímetro e maior área. Com este intuito, poderia ser solicitado aos alunos que construam figuras em que essas situações possam ser observadas, criando a possibilidade para que compreendam os conceitos de área e perímetro de forma mais consistente.

Então procurando minimizar as dificuldades de aprendizagem, buscamos uma forma eficaz e prática de mostrar como em uma figura plana, a sua área e o seu perímetro estão relacionados. A forma que encontramos foi através do GeoGebra, um *software* computacional educativo, que quando bem explorado, poderia nos fornecer a eficácia e a praticidade que procurávamos.

Também nos PCN encontramos incentivos ao uso de tecnologias para o ensino de Matemática. A utilização de recursos como o computador e a calculadora podem

contribuir para que o processo de ensino e aprendizagem de Matemática se torne uma atividade experimental mais rica, sem riscos de impedir o desenvolvimento do pensamento, desde que os alunos sejam encorajados a desenvolver seus processos metacognitivos e sua capacidade crítica e o professor veja reconhecido e valorizado o papel fundamental que só ele pode desempenhar na criação, condução e aperfeiçoamento das situações de aprendizagem. (BRASIL, 1998, p. 45).

Para Assis e Bezerra (2011), o ensino-aprendizagem da Matemática através de *softwares* deve ser baseado em situações-problema que considerem: os processos cognitivos; o raciocínio; as estratégias adotadas durante o processo de resolução; os estágios de desenvolvimento relativos às habilidades envolvidas (ASSIS e BEZERRA, 2011, p. 93)

Assim, utilizando de forma inteligente e planejada, o Geogebra, pode se transformar em uma importante ferramenta didática para o desenvolvimento de conteúdos matemáticos, que no nosso caso dizem respeito à área e o perímetro de figuras planas. Vale salientar que, para que o Geogebra produza e/ou ajude nos objetivos esperados, é necessário que as questões dos livros didáticos sejam adaptadas para este novo contexto, pois os livros didáticos não trazem questões para serem propostas no referido *software* e sim para serem, na maioria dos casos, propostas de formas mais tradicionais, ou seja, apenas como ferramenta de desenho ou de cálculo.

2.3 Objetivos

2.3.1 Objetivo Geral

Delineamos como objetivo geral desta pesquisa apresentar propostas de questões para o GeoGebra que explorem o conceito de área e perímetro das principais figuras planas e que possam ser aplicadas no segundo segmento do Ensino Fundamental.

2.3.2 Objetivos Específicos

Para o cumprimento do objetivo geral apresentado, adotamos os seguintes objetivos específicos:

- Selecionar questões a partir de livros didáticos do segundo segmento do Ensino Fundamental que tragam problemas que trabalhem o conceito e o cálculo de área e perímetro das principais figuras planas;
- Construir aplicativos no GeoGebra que contemplem problemas envolvendo o cálculo de área e perímetro das principais figuras planas;

2.4 Considerações Metodológicas

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2009), de acordo com o objetivo desta pesquisa, esta se caracteriza por seu caráter exploratório. Para os autores, este tipo de pesquisa se caracteriza quando o pesquisador, diante de uma problemática ou temática ainda pouco definida e conhecida, resolve realizar um estudo com o intuito de obter informações ou dados mais esclarecedores e consistentes sobre ela.

Quanto à coleta de dados, esta pesquisa é do tipo Bibliográfica. Para Fiorentini e Lorenzato (2009) isto significa que é uma modalidade de estudo que se propõe a realizar análises históricas e/ou revisão de estudos ou processos tendo como material de análise documentos escritos e/ou produções culturais garimpados a partir de arquivos e acervos.

Para a consecução dos objetivos, esta pesquisa está organizada metodologicamente nas seguintes etapas:

- *Etapa 1:* Consulta aos problemas dos livros didáticos do segundo segmento do Ensino Fundamental em relação aos conteúdos de área e perímetro.
- *Etapa 2:* Consulta ao referencial teórico sobre diferenciação entre problemas e exercícios;
- *Etapa 3:* Construção no GeoGebra de problemas a partir das questões selecionadas ou adaptadas.

3.1 O Conteúdo Matemático: Área e Perímetro de Figuras Planas

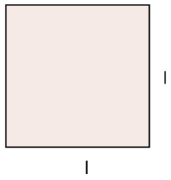
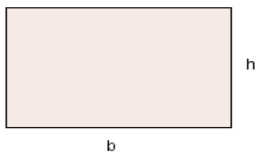
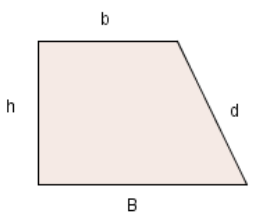
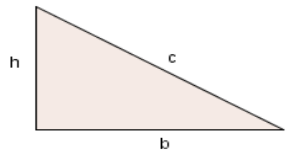
O conceito de área e perímetro de figuras planas está associado à definição de medir. Segundo Toledo e Toledo (1997, p. 271), medir é comparar grandezas de mesma espécie, sendo o resultado de cada medição expresso por um número. Segundo esses mesmos autores existem alguns aspectos muito importantes relacionados às medidas:

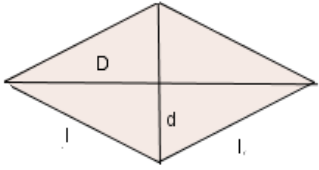
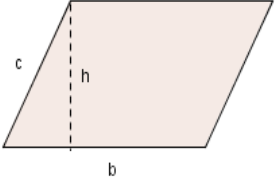
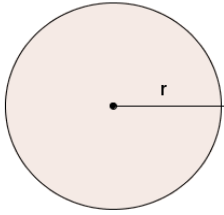
- Para medir uma grandeza, é necessário escolher uma unidade de medida, ou seja, uma grandeza da mesma espécie para comparar com aquela que se quer medir.
- É importante escolher a unidade mais adequada à situação. Não convém, por exemplo, escolher um palito de fósforo para medir a largura da rua, nem nosso palmo para medir o comprimento do palito.
- A unidade escolhida para medir uma grandeza deve ser conhecida pelos interessados na medição, pois apenas o número, sem referência à unidade, nada significa. Ao ouvir que “Fulano pesa 50”, não podemos concluir se é gordo ou magro, a não ser que nos informem que são 50 quilos, 50 libras, 50 vezes o peso de um tijolo, etc. (e também, nesse caso, a altura dele).

Segundo Toledo e Toledo (1997, p.276), denomina-se perímetro a medida do contorno de uma figura, ou seja, a soma dos comprimentos de seus lados. Também para Toledo e Toledo (1997, p. 274), denomina-se área a medida da superfície de uma figura. No Ensino Fundamental, as principais figuras planas são: o quadrado, o retângulo, o trapézio, o triângulo, o losango, o paralelogramo e o círculo.

O estudo dessas figuras planas é acompanhado pelo cálculo do perímetro e da área. Nesse sentido, apresentaremos na tabela a seguir fórmulas para esses cálculos.

Tabela 1 – Fórmulas para o cálculo do Perímetro e Área das principais figuras planas

Figura geométrica	Perímetro	Área	Variáveis
 <p>Quadrado</p>	$P = 4l$	$A = l^2$	l = medida do lado
 <p>Retângulo</p>	$P = 2b + 2h$	$A = bh$	b = medida da base h = medida da altura
 <p>Trapézio</p>	$P = B + b + h + d$	$A = \frac{(B+b)h}{2}$	B = medida da base maior b = medida da base menor
 <p>Triângulo</p>	$P = b + h + c$	$A = \frac{bh}{2}$	b = medida da base h = medida da altura

 <p>Losango</p>	$P = 4l$	$A = \frac{Dd}{2}$	<p>D = medida da diagonal maior</p> <p>d = medida da diagonal menor</p>
 <p>Paralelogramo</p>	$P = 2b + 2c$	$A = bh$	<p>b = medida da base</p> <p>h = medida da altura</p>
 <p>Círculo</p>	$P = 2\pi r \text{ ou } C = 2\pi r$	$A = \pi r^2$	<p>r = medida do raio</p>

Fonte: Autor do trabalho

3.2 Exercícios, Problemas e Situações-problema no Cálculo do Perímetro e da Área das Principais Figuras Planas

Para muitos existe uma dúvida sobre as atividades que podem ser classificadas como problemas matemáticos e aquelas atividades que não podem ser classificadas como tais problemas. Para Paiva (2010, p.135), uma definição clássica de problema é a que considera “problema como uma situação que um indivíduo ou um grupo precisa resolver e para a qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve a solução”.

Uma classificação bastante aceita foi elaborada por Dante (2000). Para este autor, existem vários tipos de problemas, que podem ser classificados como:

a) Exercícios de reconhecimento:

Tem o objetivo de fazer com que o aluno reconheça, identifique ou lembre um conceito, um fato específico, uma definição, uma propriedade e etc.

b) Exercícios de algoritmos:

São aqueles cuja solução é feita passo a passo. Normalmente, no nível elementar, são exercícios que pedem a execução de algoritmos trabalhados anteriormente. Com o objetivo de treinar a habilidade em executar um algoritmo e reforçar conhecimentos adquiridos anteriormente.

c) Problemas-padrão:

A solução deste tipo de problema envolve a aplicação direta de um ou mais algoritmos anteriormente aprendidos e não exige qualquer estratégia. São os tradicionais problemas de final de capítulo nos livros didáticos. A solução do problema já está contida no próprio enunciado, e a tarefa básica é transformar a linguagem usual em linguagem matemática, identificando as operações ou algoritmos necessários para resolvê-lo. O problema padrão pode ser de forma simples, onde se trabalha apenas com um algoritmo específico ou de forma composta, onde se trabalham mais de um algoritmo.

d) Problemas-processo ou heurísticos:

São problemas cuja solução envolve operações que não estão contidas no enunciado. Em geral, não podem ser traduzidos diretamente para a linguagem matemática, nem resolvidos pela aplicação automática de algoritmos, pois exigem do aluno um tempo para pensar e arquitetar um plano de ação, uma estratégia que poderá levá-lo à solução. Por esse motivo, tornam-se mais interessantes do que os problemas-padrão.

e) Problemas de aplicação:

São aqueles que retratam situações reais do dia a dia e que exigem o uso da matemática para serem resolvidos. São denominados também de situações-problema. Através de conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos procura-se matematizar uma situação real, organizando os dados em tabelas, gráficos, fazendo operações etc. Em geral, são problemas que exigem pesquisa e levantamento de dados. Podem ser apresentados em forma de projetos a serem desenvolvidos usando conhecimentos e princípios de outras áreas que não a matemática, desde que a resposta esteja relacionada a algo que desperte interesse.

f) Problemas de quebra-cabeça:

São aqueles problemas que envolvem e desafiam grande parte dos alunos. Geralmente constituem a chamada matemática recreativa, e sua solução depende, quase sempre, de um golpe de sorte ou da facilidade em perceber algum “truque”, que é a chave da solução.

3.2.1 Exemplos de Exercícios Envolvendo o Perímetro e/ou a Área das Principais Figuras Planas

Com base na classificação de Dante (2000), os exemplos a seguir foram elaborados como sendo do tipo exercício, porque trabalham conceitos específicos e aplicação direta de fórmulas, que no caso são os conceitos e as fórmulas para o cálculo de perímetro e área das principais figuras planas e algoritmos básicos:

Exercício 1 – Perímetro e área do Quadrado

Calcule o perímetro do quadrado ao lado:

$$P = 4 \times 3$$

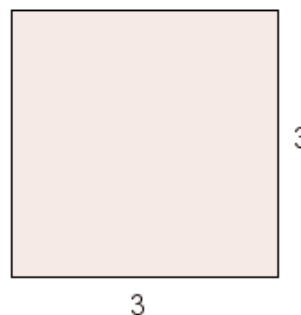
$$P = 12 \text{ u}$$

Calcule a área do quadrado ao lado:

$$A = l^2$$

$$A = 3^2$$

$$A = 9 \text{ u.a}$$



Exercício 2 – Perímetro e área do Retângulo

Calcule o perímetro do retângulo ao lado:

$$P = 2 \times 2 + 2 \times 4$$

$$P = 4 + 8$$

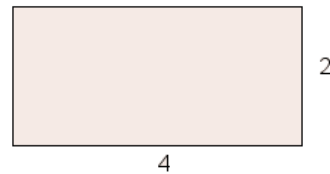
$$P = 12 \text{ u}$$

Calcule a área do retângulo ao lado:

$$A = bh$$

$$A = 4 \times 2$$

$$A = 8 \text{ u.a}$$



Exercício 3 – Perímetro e área do Trapézio

Calcule o perímetro do trapézio ao lado:

$$P = 2 + 6 + 3 + 5$$

$$P = 8 + 8$$

$$P = 16 \text{ u}$$

Calcule a área do trapézio ao lado:

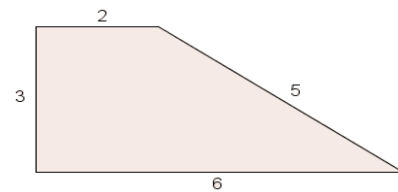
$$A = [(B + b)h] / 2$$

$$A = [(6 + 2) \times 3] / 2$$

$$A = [8 \times 3] / 2$$

$$A = 24 / 2$$

$$A = 12 \text{ u.a}$$



Exercício 4 – Perímetro e área do Triângulo

Calcule o perímetro do triângulo ao lado:

$$P = 4 + 5 + 3$$

$$P = 9 + 3$$

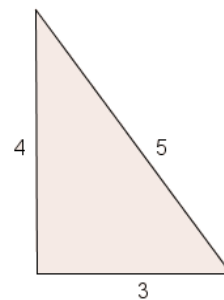
$$P = 12 \text{ u}$$

Calcule a área do triângulo ao lado:

$$A = (bh) / 2$$

$$A = (3 \times 4) / 2$$

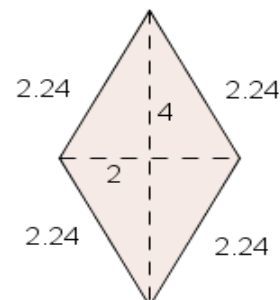
$$A = 6 \text{ u.a}$$



Exercício 5 – Perímetro e área do Losango

Calcule o perímetro do losango ao lado:

$$P = 4 \times 2,24$$



$$P = 8,96 \text{ u}$$

Calcule a área do losango ao lado:

$$A = (Dd) / 2$$

$$A = (4 \times 2) / 2$$

$$A = 8 / 2$$

$$A = 4 \text{ u.a}$$

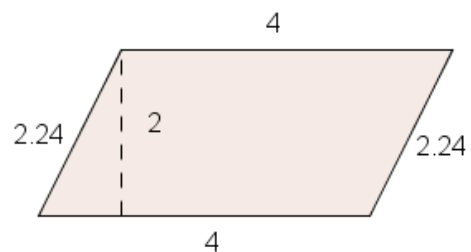
Exercício 6 – Perímetro e área do Paralelogramo

Calcule o perímetro do paralelogramo ao lado:

$$P = 4 + 4 + 2,24 + 2,24$$

$$P = 8 + 4,48$$

$$P = 12,48 \text{ u}$$



Calcule a área do paralelogramo ao lado:

$$A = bh$$

$$A = 4 \times 2$$

$$A = 8 \text{ u.a}$$

Exercício 7 – Perímetro e área do Círculo

Calcule o perímetro do círculo ao lado:

$$C = 2\pi r$$

$$C = 2\pi \times 4$$

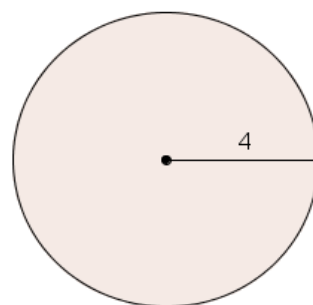
$$C = 8\pi \text{ u}$$

Calcule a área do círculo ao lado:

$$A = \pi r^2$$

$$A = \pi \times 4^2$$

$$A = 16\pi \text{ u.a}$$



3.2.2 Exemplos de Problemas e Situações-problema Envolvendo o Perímetro e/ou a Área das Principais Figuras Planas:

Os exemplos a seguir classificam-se como problemas. Eles trabalham a questão da interpretação, a passagem da linguagem usual para a linguagem matemática e alguns são contextualizados. Com base em Dante (2000), os exemplos a seguir, são de fato problemas e não apenas exercícios, já que não trabalham apenas a aplicação direta de algoritmos.

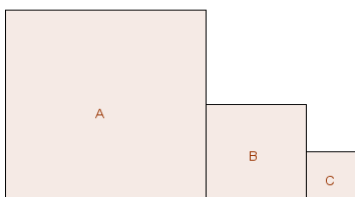
Os problemas 1, 4 e 5 foram retirados de diferentes fontes e foram escolhidos porque trabalham a capacidade de interpretação dos alunos e a criação de estratégias para solucioná-los, e também pelo fato de exigir que os alunos tenham bem definidos o conceito de perímetro e de área das figuras planas que são abordas nos referidos problemas. Os problemas 2, 3 e 6 foram elaborados por mim (autor do trabalho), foram elaborados com o intuito de atender às características necessárias para que fossem considerados como tal, características como: interpretação, contextualização e passagem da linguagem usual para a linguagem matemática, que já foram citadas no parágrafo acima e que explorassem o perímetro e a área das principais figuras planas de forma significativa.

Problema 1 (ANDRINI E ZAMPIROLO , 2002, p.39)

Na figura:

- o lado do quadrado A é 0,8 m;
- o lado do quadrado B é metade do lado do quadrado A;
- o lado do quadrado C é metade do lado do quadrado B.

Qual a área total da figura?



Solução: Vamos solucionar o problema usando a relação matemática para o cálculo da área do quadrado em cada caso.

a) Área do quadrado A:

$$A = l^2 = (0,8)^2 = 0,64 \text{ m}^2$$

b) Área do quadrado B:

$$l = (0,8)/2 = 0,4 \text{ m}$$

$$A = l^2 = (0,4)^2 = 0,16 \text{ m}^2$$

c) Área do quadrado C:

$$l = (0,4)/2 = 0,2 \text{ m}$$

$$A = l^2 = (0,2)^2 = 0,04 \text{ m}^2$$

A área total da figura será igual a: $0,64 + 0,16 + 0,04 = 0,84 \text{ m}^2$. Aproveitando o mesmo problema, podemos calcular também o perímetro da figura.

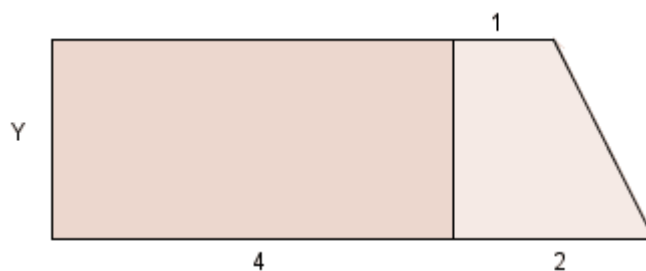
$$P = 3 \times 0,8 + 3 \times 0,4 + 4 \times 0,2$$

$$P = 2,4 + 1,2 + 0,8$$

$$P = 4,40 \text{ m}$$

Problema 2:

Um terreno em forma de trapézio foi dividido em duas partes, uma parte ficou sendo retangular e a outra permaneceu na forma de um trapézio, como mostra a figura abaixo, a área da parte retangular do terreno é 8 m^2 . O dono do terreno quer vender a parte do terreno em forma de trapézio para um comerciante que quer ampliar o seu negócio, sendo que o dono do terreno gostaria de vender o m^2 por R\$ 1000,00. Quanto custará a parte do terreno que vai ser vendida?



Solução: Como a área da parte retangular é 8 m^2 , temos:

$$8 = 4y$$

$$8/4 = y$$

$$y = 2 \text{ m}$$

A altura do retângulo é a mesma da do trapézio, então a área do trapézio será:

$$A = [(2 + 1) \times 2] / 2$$

$$A = [3 \times 2] / 2$$

$$A = 6 / 2$$

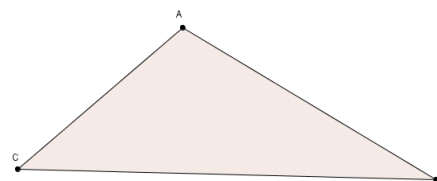
$$A = 3 \text{ m}^2$$

Como a área da parte em forma de trapézio é de 3 m^2 , essa parte do terreno custará: $3 \times \text{R\$ } 1000,00 = \text{R\$ } 3000,00$

Com base nas informações do problema, podemos calcular também o perímetro da parte retangular do terreno. Então temos: $P = 2 \times 4 + 2 \times 2$, logo, $P = 8 + 4 = 12 \text{ m}$

Problema 3:

No triângulo ABC, o lado AB mede $7,5 \text{ cm}$ e o lado BC é o dobro do lado AC. Sabendo que o perímetro do Triângulo ABC é 24 cm , determine a medida do lado AC?



Solução:

Para determinar AC, fazemos:

$$P = AB + AC + BC$$

$$24 = 7,5 + AC + 2(AC)$$

$$24 - 7,5 = 3(AC)$$

$$16,5 = 3(AC)$$

$$AC = 16,5 / 3$$

$$AC = 5,5 \text{ cm}$$

Problema 4: (Extraído do endereço: <http://www.amigonerd.com/areas-e-perimetros/>)

Um Losango e um Quadrado tem áreas iguais. Uma das diagonais do losango é o triplo da outra. O perímetro do quadrado mede 24 m . Calcule o comprimento da diagonal maior?

Solução: Como o perímetro do quadrado é 24 m , a medida do seu lado será:

$$P = 4l$$

$$24 = 4l$$

$$l = 6 \text{ m}$$

Como encontramos a medida do lado do quadrado, podemos encontrar área de ele, fazendo:

$$A = l^2$$

$$A = 6^2$$

$$A = 36 \text{ m}^2$$

Como o losango tem a mesma área do quadrado, então a área do losango também é 36 m^2 e $D = 3d$, ou seja, a diagonal maior é o triplo da diagonal menor. Então para encontrar a medida da diagonal maior do losango, fazemos:

$$A = (Dd) / 2$$

$$36 = (3d \times d) / 2$$

$$36 = 3d^2 / 2$$

$$72 = 3d^2$$

$$24 = d^2$$

$$d = 4,9 \text{ m}$$

A medida da diagonal maior é:

$$D = 3d$$

$$D = 3 \times 4,9$$

$$A = 14,7$$

Problema 5: Extraído do endereço: (<http://www.search-document.com/pdf/1/6/area-do-losango-exercicios-resolvidos.html>)

A área de um círculo é $81\pi \text{ cm}^2$. Calcule o comprimento da circunferência que limita este círculo.

Solução: Para encontramos o comprimento da circunferência, fazemos:

$$A = \pi r^2$$

$$81\pi = \pi r^2$$

$$81 = r^2$$

$$r = 9 \text{ cm}$$

Agora usando a relação matemática que nos fornece o comprimento, temos:

$$C = 2\pi r$$

$$C = 2\pi \times 9$$

$$C = 18\pi \text{ cm}$$

Problema 6:

Paulo tem uma plantação de milho em um terreno de seu pai, curiosamente o terreno tem a forma de um paralelogramo. Paulo sabe que o terreno tem 360 m^2 e a altura do terreno mede 12 m, mas não sabe a medida da base do terreno. Como Paulo pode encontrar essa medida?

Solução:

Como o terreno é um paralelogramo, Paulo pode usar a relação:

$$A = bh$$

$$360 = b \times 12$$

$$b = 360 / 12$$

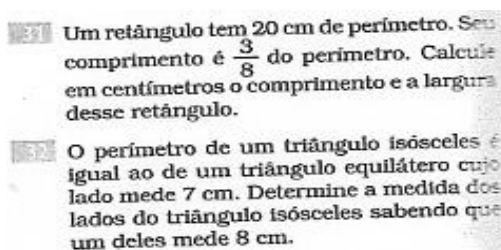
$$b = 30 \text{ m}$$

3.3 Os Problemas de Cálculo de Área e Perímetro nos Livros Didáticos

Pesquisamos sobre problemas envolvendo área e perímetro das principais figuras planas nos livros didáticos de matemática (BIANCHINI, Edwaldo. *Matemática*, obra em 4 v. para alunos de 6º ao 9º ano – 6. ed. – São Paulo: Moderna, 2006) do segundo segmento do Ensino Fundamental utilizados pela Escola Municipal de Ensino Fundamental Antônio Lourenço de Barros, escola da zona rural da cidade de Pitimbu.

Analisando o livro de matemática do 6º ano da coleção de Bianchini (2006), há um capítulo intitulado: Comprimentos e áreas. Neste capítulo o autor trabalha com o perímetro de polígonos, mas com relação às principais figuras planas, nos problemas apresentados, o autor explora com mais ênfase em seus problemas apenas o perímetro do retângulo e o do triângulo, exemplos desses problemas são:

Figura 1: Problemas 31 e 32



Fonte: Bianchini (2006 p.294)

Com relação às áreas das principais figuras planas, o autor só trabalha com as áreas do quadrado e a do retângulo. Como exemplos desses problemas, temos:

Figura 2: Problema 72

72 Uma mesa tem o tampo na forma de um quadrado. Uma formiga, partindo de um dos cantos do tampo, contornou-o até voltar ao ponto inicial. Andou 5,20 m. Qual é a área do tampo dessa mesa?

Fonte: Bianchini (2006 p. 312)

Figura 3: Problema 75

75 Uma sala retangular tem 21 m^2 de área e 3,5 m de largura. Calcule em seu caderno:
a) o comprimento dessa sala;
b) quantos metros de moldura de gesso serão necessários para decorar o encontro das paredes com o teto.

Fonte: Bianchini (2006 p. 313)

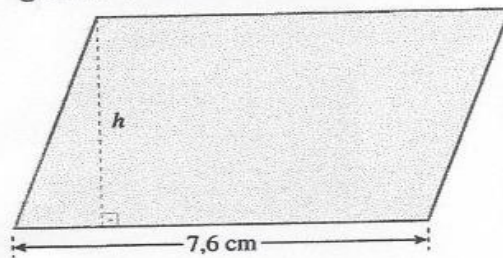
No livro para o 7º ano do Ensino Fundamental, Bianchini (2006 p. 98), o autor diz que perímetro de um polígono é a soma das medidas de seus lados. No entanto o autor não explora o conceito de perímetro das principais figuras planas através da resolução de problemas. Ele usa o conceito de perímetro apenas para explorar o trabalho com expressões algébricas, o que não está errado, pois os conceitos matemáticos estão relacionados, mas esperávamos que houvesse também problemas explorando de forma direta o conceito de perímetro das principais figuras planas.

No mesmo livro do 7º ano, Bianchini (2006), o autor usa problemas para desenvolver o conceito de área das principais figuras planas. Dentre as principais figuras planas consideradas neste trabalho, mesmo mostrando como se chega à fórmula para o cálculo das áreas do quadrado e do retângulo, o autor explora apenas, através da resolução de problemas, as áreas do paralelogramo, do triângulo, do losango e a do trapézio, mas não faz menção alguma com relação à área do círculo. Como exemplo dos problemas apresentados no livro, temos:

Figura 4: Problema 19

19 Determine, em seu caderno, o que se pede.

a) A medida da altura (h) deste paralelogramo, de área $34,20 \text{ cm}^2$:



Fonte: Bianchini (2006 p.238)

Figura 5: Problema 30

30 Uma base de um triângulo mede 7,2 cm.

A altura relativa a essa base mede $\frac{2}{3}$ da medida dessa base. Calcule, em seu caderno, a área desse triângulo.

Fonte: Bianchini (2006 p. 244)

Figura 6: Problema 37

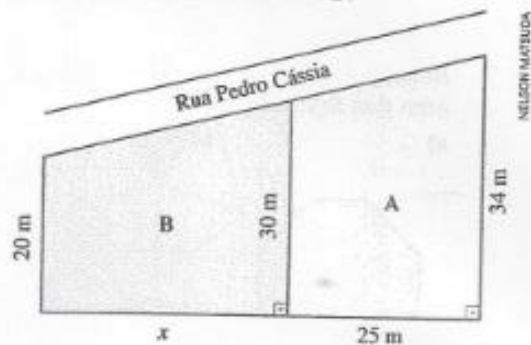
37 A área de um losango mede 48 cm^2 , e as medidas de suas diagonais, dadas em centímetro, são expressas por números naturais. Que medidas podem ter essas diagonais?

Fonte: Bianchini (2006 p.248)

Figura 7: Problema 47

47 A figura abaixo representa dois terrenos na forma de trapézio. Sabendo que as áreas desses terrenos são iguais, determine:

- a) a área do terreno A;
- b) a medida x no terreno B.



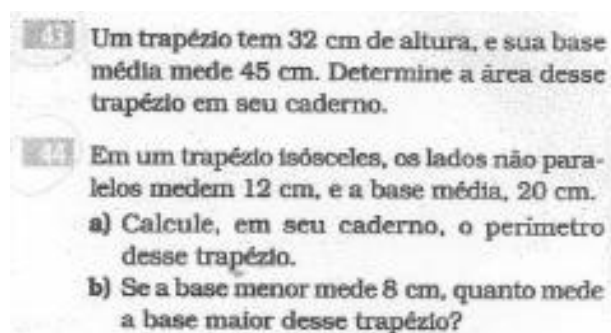
Fonte: Bianchini (2006 p.251)

No livro de matemática do 8º ano do Ensino Fundamental, Bianchini (2006), temos três capítulos envolvendo diretamente as principais figuras planas: Estudo dos triângulos, Estudo dos quadriláteros e Estudo da circunferência e do círculo.

No capítulo que envolve o estudo dos triângulos, o autor não faz nenhuma abordagem sobre o perímetro e a área desta figura geométrica plana. Ele aborda outras questões como mediana, bissetriz, congruências, ângulos e etc. Talvez pelo fato do autor ter trabalhado o conceito da área do triângulo através da resolução de problemas na série anterior, ele quis dar ênfase a outros conceitos importantes do triângulo como as mencionadas.

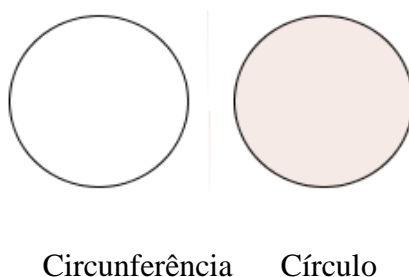
No estudo dos quadriláteros, o autor trabalha as propriedades do paralelogramo, do retângulo, do losango e a do trapézio, mas nos problemas propostos, o autor explora, além das propriedades particulares de cada figura geométrica, apenas o perímetro e a área do trapézio. Como exemplos, Bianchini (2006 p. 183), temos:

Figura 8: Problemas 43 e 44



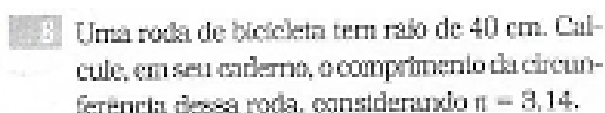
Fonte: Bianchini (2006 p.183)

No capítulo que faz referência a circunferência e ao círculo, Bianchini (2006) define que a região de um plano formada por uma circunferência e pela região interna a ela é chamada de círculo. Podemos deduzir então que o perímetro do círculo é a medida do comprimento da circunferência. Contudo, mesmo mostrando como se calcula o comprimento do círculo, o autor não chama a medida encontrada de perímetro, ou seja, o autor não trabalha de forma explícita este conceito para esta figura plana.

Figura 9: *Circunferência e Círculo*

Fonte: Bianchini (2006 p.226)

O autor, na página 227, mostra como se calcula o comprimento de uma circunferência, ou seja, o perímetro de um círculo, pela relação $C = 2\pi r$. Para explorar o que foi apresentado, o autor faz uso de problemas, como por exemplo, Bianchini (2006, p. 228):

Figura 10: *Problema 38*

Fonte: Bianchini (2006 p.228)

Mesmo abordando a questão do perímetro do círculo, o autor não fez referência alguma de como pode ser calculada a sua área, consequentemente não abordando-a nos problemas propostos.

Agora analisando o livro de matemática do 9º ano da coleção de Bianchini (2006), o livro não traz uma abordagem direta sobre perímetro e área das principais figuras planas. Quando um problema apresentado no livro refere-se ao perímetro e/ou a área de uma das principais figuras planas, é sempre relacionado a outros conceitos matemáticos como funções, equações do 2º grau e etc.

Das principais figuras geométricas planas, o círculo foi à única que teve tanto o seu perímetro quanto a sua área sendo explorados de forma direta pelo autor no 9º ano do Ensino Fundamental. Para explorar o conceito de perímetro e área do círculo ele usou problemas como:

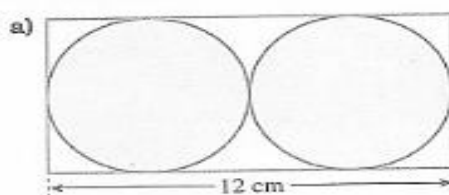
Figura 11: Problema 1

Um ciclista deu 500 pedaladas completas. O raio da roda da bicicleta desse ciclista mede 25 cm. Determine, em seu caderno, quantos metros ele percorreu aproximadamente.

Fonte: Bianchini (2006 p.199)

Figura 12: Problema 40

40 No caderno, calcule a área da parte pintada de lilás. (Dado: $\sqrt{3} = 1,73$)



Fonte: Bianchini (2006 p.227)

Analisando os livros didáticos de Bianchini (2006) para o segundo segmento do Ensino Fundamental, concluímos que o autor não faz uso de outras formas e instrumentos, como softwares, para calcular o perímetro e a área das principais figuras planas. Para exploração dos referidos conceitos o autor faz uso apenas de exercícios, problemas do tipo padrão e situações-problema.

É sempre bom, quando possível, a utilização de atividades que despertem nos alunos a sua curiosidade, um exemplo bastante interessante de atividade que pode ser usada para se trabalhar o perímetro e a área de quadrados e retângulos com os alunos do segundo segmento do Ensino Fundamental foi extraída do endereço: (<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=28372>). Trata-se de uma atividade que usa as dependências da própria escola de uma forma inteligente. A atividade é a seguinte: Conhecendo a Escola: Qual a área do Refeitório?

1º) Divida os alunos em grupos de quatro pessoas.

2º) Todos têm a mesma missão: determinar a medida da área do refeitório (ou quadra de esporte, sala de aula, etc).

3º) Cada grupo receberá instrumentos diferentes. A saber:

1. Trena;
2. Barbante;
3. Folhas de A4;
4. Folhas de Jornal;
5. Régua comum;
6. Etc.

4º) De posse do material, cada grupo deverá montar uma estratégia para descobrir a área do refeitório. Essa estratégia deverá ser descrita, passo a passo, em um pequeno relatório.

5º) Quando os grupos concluírem a missão, eles deverão escrever o valor da área em um pedaço de papel e entregar ao professor. Este papel deverá conter a medida da área do refeitório e os nomes dos integrantes do grupo.

6º) O professor deverá embaralhar os pedaços de papel e sortear um par de grupos para apresentar suas soluções.

7º) Neste momento cada um destes grupos irá apresentar a estratégia utilizada para determinar a medida da área, bem como a resposta.

8º) Possivelmente, as respostas não sejam dadas na mesma unidade de medida. Neste caso, os alunos deverão "traduzir" suas respostas para uma unidade de medida padrão, por exemplo, o metro quadrado, e comparar os resultados obtidos.

3.4 O Uso de Software no Ensino de Matemática

Ensinar matemática envolve vários desafios, pois a Matemática é vista como algo difícil de aprender, que apenas pessoas privilegiadas com certo grau de inteligência acima do normal são capazes de aprendê-la sem grandes dificuldades. Isto não é verdade, uma vez que, para se aprender Matemática, em muitos casos, basta apenas interesse e curiosidade em aprender. Hoje em dia são muitos os recursos usados no ensino da Matemática para torná-la mais atrativa para os alunos, como jogos didáticos, atividades práticas e etc. Outro exemplo desses recursos são os *softwares* educativos.

Segundo Assis e Bezerra (2011 p. 87), o objetivo de um *software* educativo é favorecer os processos de ensino-aprendizagem e sua principal característica é seu caráter didático.

Segundo Gravina e Santarosa (1998, p. 73), com base no desenvolvimento cognitivo de J. Piaget, no contexto da Matemática, a aprendizagem nesta perspectiva depende de ações que caracterizam o “fazer matemática”: experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjecturar, abstrair, generalizar e enfim demonstrar. É o aluno agindo, diferentemente do seu papel passivo frente a uma apresentação formal do conhecimento, a qual é baseada essencialmente na transmissão ordenada de “fatos”, geralmente na forma de definições e propriedades. No ensino da Matemática, os *softwares* voltados para esta área têm esse papel, de fazer com que os alunos sejam agentes ativos no desenvolvimento da sua aprendizagem, manipulando através destes, objetos matemáticos e desenvolvendo sobre estes objetos, demonstrações, generalizações, abstrações e conjecturas, que não lhes seriam possível fazer mediante a uma exploração tradicional.

O uso destas novas tecnologias para ensinar Matemática por si só, não podem trazer os resultados esperados com relação ao desenvolvimento da aprendizagem dos alunos porque, segundo Jucá (2006, p. 23), as novas tecnologias não dispensam a figura do professor, ao contrário, exigem deste, que adicione ao seu perfil novas exigências bem mais complexas tais como: saber lidar com ritmos individuais de seus alunos, apropriar-se de técnicas novas de elaboração de material didático produzido por meios eletrônicos, trabalhar em ambientes virtuais diferentes daqueles do ensino tradicional da universidade, adquirir uma nova linguagem e saber manejar criativamente a oferta tecnológica. Então, o que faz com que sejam obtidos os resultados esperados com relação à aprendizagem dos alunos é a ação do professor mediante a utilização do *software*, ou seja, o *software* educativo tem um papel auxiliador, pois ele não tem a função de diminuir a importância do professor no contexto da aprendizagem e sim, de ser mais uma ferramenta potencialmente didática. É o que pensam Assis e Bezerra (2011, p. 87), os *softwares* servem para auxiliar o professor a utilizar o computador como ferramenta pedagógica, servir de fonte de informação, auxiliar o processo de construção de conhecimentos e desenvolver a autonomia do raciocínio, da reflexão e da criação de soluções.

É por isso que o uso de *softwares* no ensino de Matemática deve ser feita de forma bem planejada, porque também, de acordo com Assis e Bezerra (2011 p. 85), é preciso refletir sobre quais as possibilidades e limitações dos *softwares* educativos para o ensino e para a aprendizagem da Matemática e descobrir, por exemplo, o que é possível fazer com *softwares* que não é possível fazer simplesmente com papel e lápis, ou mesmo na lousa. Por isso se faz necessária uma análise criteriosa de qual *software* usar nas aulas de matemática, se ele serve para determinado conteúdo ou não, se pode trazer benefícios significativos ou não, se demanda muito tempo, se requer habilidades e conceitos que ainda serão estudados em séries mais avançadas e etc.

3.5 Cálculo de Perímetro e Área das Principais Figuras Planas no GeoGebra

Criado por Markus Hohenwarter, o GeoGebra é um *software* gratuito de matemática dinâmica desenvolvido para o ensino e aprendizagem da matemática nos vários níveis de ensino (do básico ao universitário). O GeoGebra reúne recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente. Assim, o GeoGebra tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si.

Várias funções do GeoGebra podem ser acessadas através da Barra de ferramentas:

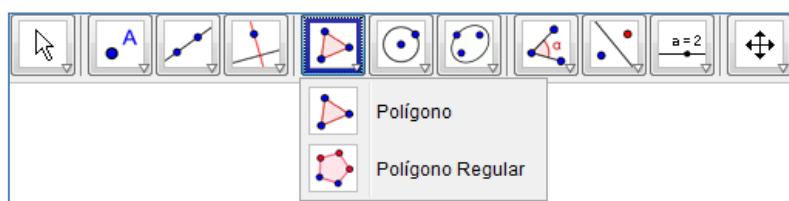
Figura 13: Barra de ferramentas do GeoGebra



Fonte: Autor do trabalho

Dentre estas ferramentas temos algumas que podem ser usadas para desenhar figuras geométricas planas, como polígonos, polígonos regulares, círculos, circunferências, conforme figuras a seguir:

Figura 14: Janela para desenho de polígonos



Fonte: Autor do trabalho

Figura 15: Janela para desenho de círculos

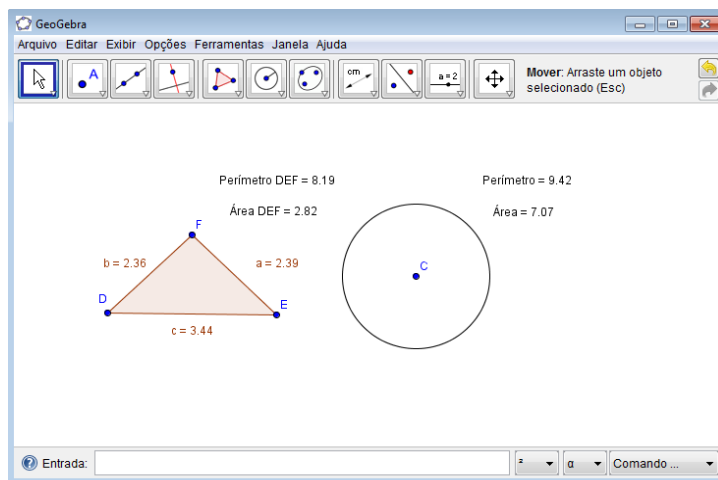
Fonte: Autor do trabalho

Além de possuir ferramentas para o desenho de figuras geométricas planas, o *software* também oferece ferramentas para determinar o perímetro e a área das figuras criadas, conforme figura a seguir:

Figura 16: Perímetro e área no GeoGebra

Fonte: Autor do trabalho

Utilizando as ferramentas de desenho, temos os seguintes exemplos de figuras geométricas planas desenhadas no GeoGebra:

Figura 17: Triângulo e círculo

Fonte: Autor do trabalho

Na **figura 17** temos um triângulo e um círculo como exemplos de figuras geométricas planas, onde são apresentados as medidas dos lados do triângulo, o valor do seu perímetro e da sua área, e também a medida do perímetro e da área do círculo.

Utilizando o GeoGebra também é possível criar figuras planas através de suas definições, utilizando outras ferramentas que não sejam as de desenho. Como por exemplo, sabemos que um retângulo é um tipo especial de paralelogramo em que seus quatro ângulos internos são ângulos retos. Então com base nestas informações e utilizando as ferramentas adequadas é possível criar o referido retângulo como o procedimento a seguir:









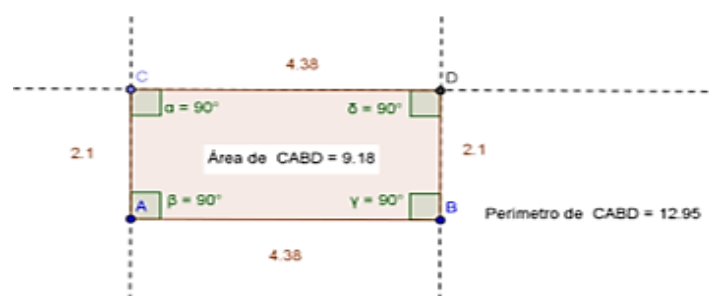
Ferramentas	Procedimentos para construção
	Selecione dois pontos A e B e construa um segmento de reta AB.
	Construa uma reta perpendicular ao segmento AB passando por B
	Obtenha um novo ponto C na reta perpendicular
	Construa uma reta paralela ao segmento AB passando por C
	Construa uma nova reta perpendicular ao segmento AB passando por A
	Marque o ponto de interseção D
	Obtenha o polígono ABCD (Dica: feche o polígono clicando no primeiro vértice novamente)
	Salve a construção.

Figura 18: Retângulo obtido através de suas definições



Fonte: Autor do trabalho

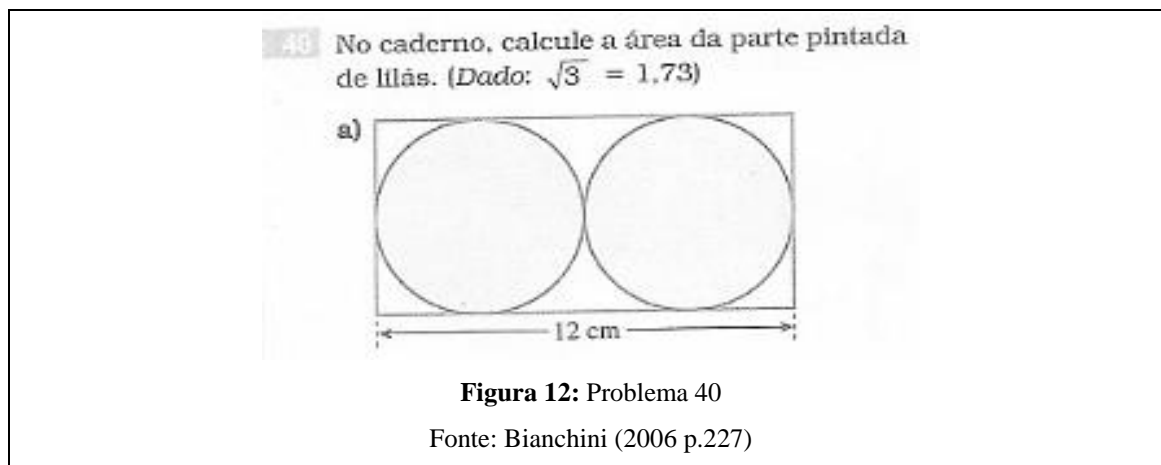
Nos exemplos acima vimos que o GeoGebra pode ser usado como ferramenta de desenho e de cálculo, mas estas não podem ser as principais utilidades do *software*. Já foi dito neste trabalho, que o GeoGebra deve ser utilizado quando o que se pretende

fazer com ele não seja possível fazer usando lápis e papel, ou até mesmo na lousa por parte do professor.

É evidente que, hoje, os livros didáticos, pelo menos em sua esmagadora maioria, não trazem atividades sobre área e perímetro das principais figuras planas que possam ser utilizadas no GeoGebra de forma que venham a fazer com que o *software* seja utilizado além das funções de desenho e de cálculo. Dessa forma, a adaptação das questões para serem utilizadas no GeoGebra requer muitos cuidados.

A seguir apresentaremos dois exemplos retirados do livro de Bianchini (2006) para o 9º e 8º anos do Ensino Fundamental, que já foram apresentados no item 3.3 deste trabalho, onde a utilização do GeoGebra seria prejudicial e desnecessária.

No primeiro exemplo a utilização do *software* é desnecessária, pois para solucionar o problema bastaria o aluno fazer o cálculo no seu caderno, pois as mesmas informações necessárias para a solução do problema utilizando o método tradicional, teriam que ser empregadas para desenhar a figura no GeoGebra, tornando dispensável a utilização do software, pois só faria com que o aluno perdesse tempo.



No segundo exemplo, o aluno poderia fazer o desenho, se desejasse, da roda da bicicleta no caderno e usar a fórmula para o cálculo do perímetro do círculo para encontrar a solução pedida no problema. Se o aluno usasse o GeoGebra ele poderia utilizar a ferramenta *círculo dados centro e raio* e construir um círculo com 40 cm de raio, como mencionado no problema e a ferramenta *reduzir* para que ele visualizasse o desenho do círculo e usar a ferramenta *distância, comprimento ou perímetro* para encontrar o perímetro do círculo desenhado, que é a solução do problema. Então o

GeoGebra só seria usado como ferramenta de desenho e de cálculo, o *software* iria fazer, neste caso, todo o trabalho do aluno, então a utilização do *software* seria prejudicial e portanto totalmente dispensável.

38 Uma roda de bicicleta tem raio de 40 cm. Calcule, em seu caderno, o comprimento da circunferência dessa roda, considerando $\pi = 3,14$.

Figura 10: Problema 38

Fonte: Bianchini (2006 p.228)

No geral os exemplos apresentados nos itens 3.2.2 e 3.3 deste trabalho não são adequados para o uso do GeoGebra no que diz respeito ao trabalho com cálculo de área e perímetro das principais figuras planas. Isto não quer dizer que estes exemplos não sejam adequados para o trabalho do referido conteúdo em sala de aula pelo professor, mas não se adequam ao *software* porque não exploram o potencial dinâmico do GeoGebra e porque também podem ser facilmente resolvidos pelo método tradicional, fazendo desnecessária a utilização do *software*.

Então que tipo de atividade envolvendo área e perímetro das principais figuras planas seria adequada para ser trabalhada no GeoGebra? No GeoGebra seria adequado atividades envolvendo área e perímetro das principais figuras planas onde pelo menos duas figuras estivessem relacionadas, onde fosse possível obter variações da figura inicial e onde fosse possível fazer comparações entre perímetros, ou entre áreas, ou entre perímetro e área de uma mesma figura plana, ou entre duas ou mais figuras planas e também atividades em que explorassem o fato dos objetos matemáticos poderem se mover no *software*, que é o seu aspecto dinâmico.

RESULTADOS DA PESQUISA

4

Nesta seção apresentaremos seis atividades envolvendo o cálculo de perímetro e/ou a área das principais figuras planas. Foram selecionadas para serem feitas no GeoGebra porque trabalham o aspecto dinâmico do *software* e também porque são atividades que exploram situações e relações entre os objetos matemáticos envolvidos que não poderiam ser feitas ou observadas pelos alunos utilizando apenas lápis e papel, o que é uma das principais justificativas para o trabalho com qualquer *software* educativo voltado para a matemática.

As atividades foram adaptadas ou criadas a partir de diferentes fontes de pesquisa. A atividade 1 foi elaborada com base em Gravina e Santarosa (1998) onde as autoras falam que em um meio dinâmico um triângulo pode ser construído de modo que um de seus lados seja fixo e o vértice oposto a este lado possa ser deslocado em uma paralela a este lado. Esta atividade deve ser toda construída pelo aluno para que ele possa comparar a ideia que ele tinha sobre a altura de um triângulo, com o novo conceito de altura desta figura plana depois da execução da atividade e ver como os dois conceitos influencia na obtenção da área da figura citada.

A atividade 2 foi retirada do capítulo 4 do livro Tecnologias para ensinar matemática: Reflexões e atividades para o ensino Fundamental, capítulo escrito pelas autoras Assis e Bezerra (2011). Nesta atividade a figura geométrica plana abordada é o quadrado e são trabalhadas as relações entre área de figuras geométricas planas semelhantes. Esta atividade deve ser explorada pelos alunos e não construída, pois a construção da mesma exige do aluno os conhecimentos que nela se quer explorar.

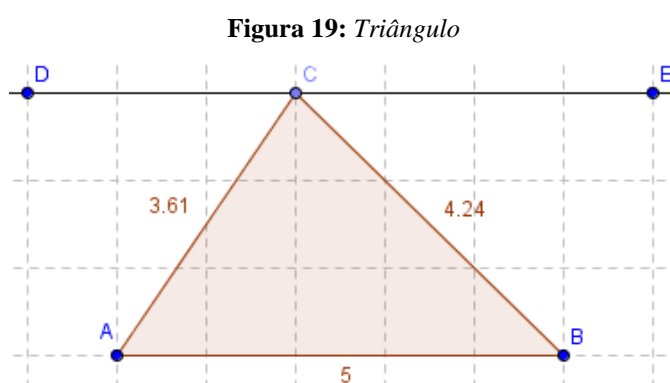
As atividade 3,4,5 e 6, foram todas elaboradas por nós, pelo fato de serem escassas as opções de atividades referentes ao perímetro e a área das principais figuras planas para serem trabalhadas no GeoGebra de uma forma reflexiva.

Na atividade 3 será abordada a relação entre o paralelogramo e o retângulo. Esta atividade pode ser construída pelo aluno, pois a sua construção serve de base para os conceitos que se quer explorar e de exploração dos elementos fundamentais para obtenção da área e do perímetro das figuras planas abordadas na atividade. A atividade 4 explora área e o perímetro do círculo, mostrando como a sua área e o seu perímetro

estão proporcionalmente ligados com o tamanho do seu raio. Também nesta atividade seria de grande proveito que o aluno construísse a atividade, para que neste momento ele fosse vendo a importância do raio de um círculo na construção do mesmo. A atividade 5 explora a relação entre o losango e o retângulo, mostrando como através de um retângulo podemos obter um losango e mostrando também a relação entre as suas áreas. A construção da atividade por parte do aluno é de fundamental importância para aprendizagem dos conceitos abordados, pois à medida que ele constrói a atividade ele vai percebendo a relação entre as duas figuras geométricas planas abordadas. A última atividade, a atividade 6, explora a área e o perímetro do trapézio. Ela procura mostrar como a área da figura está proporcionalmente ligada a medida das suas bases e a medida da sua altura e também a relação entre essas medidas e o seu perímetro. O aluno deve construir a atividade, pois a construção da mesma auxilia na compressão do que se pretende abordar com a sua exploração.

Atividade 1: Trabalhando área e perímetro do triângulo. Enunciado adaptado de Gravina e Santarosa (1998).

Enunciado: Construa no GeoGebra uma reta definida por dois pontos e em seguida construa um triângulo de vértices A, B e C de modo que o triângulo tenha a base AB medindo 5 unidades, a altura relativa a base AB tenha 3 unidades e o vértice C do triângulo pertença a reta, como mostra a figura abaixo.



Fonte: Gravina e Santarosa (1998)

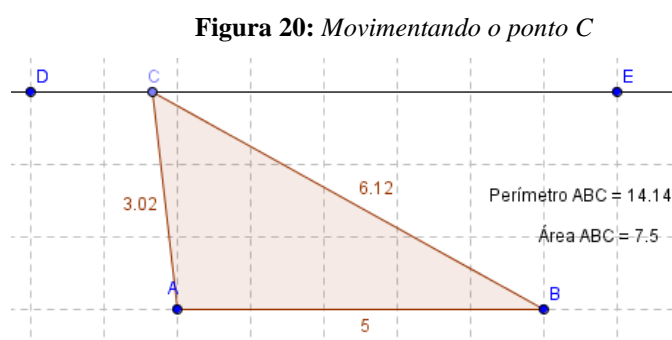
Utilize a ferramenta *distância*, *comprimento ou perímetro* e clique nos lados do triângulo para que sejam mostrados os seus comprimentos. Utilize a ferramenta *área* e novamente a ferramenta *distância*, *comprimento ou perímetro* e clique na figura para

que sejam mostrados a área e o perímetro do triângulo, respectivamente. Feito o triângulo, movimentando o vértice C por toda a extensão da reta. E responda:

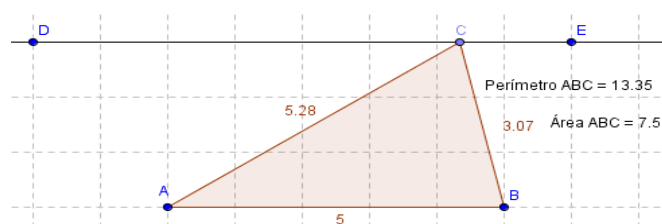
- Movimentando o vértice C do triângulo vemos que o triângulo varia a sua forma. Dos triângulos obtidos com a movimentação qual deles possui a maior área? E qual de eles possui o maior perímetro?
- Se você constatou que as áreas dos triângulos não mudaram mediante as movimentações, você saberia dizer o porquê que isso aconteceu?
- E se movimentarmos o ponto A ou o B o que ocorre com a área e com o perímetro? Saberá explicar?
- Que conclusões podemos tirar da relação entre o perímetro de um triângulo e a sua área?

Solução:

- Quando o aluno movimenta o vértice C do triângulo e observa a área e o perímetro dos triângulos formados com as movimentações, ele percebe que os triângulos obtidos têm a mesma área do triângulo original e com relação ao perímetro, ele percebe que o seu valor variou conforme a movimentação do vértice C do triângulo, conforme ilustramos nas figuras abaixo:

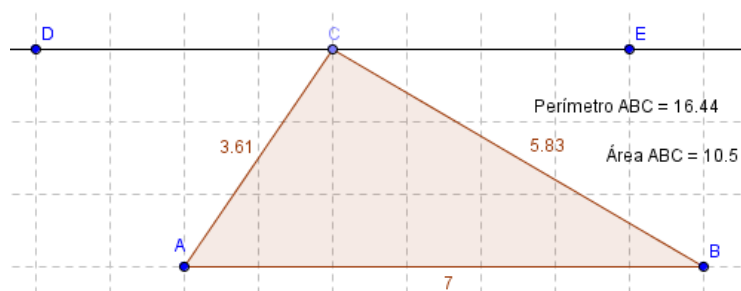


Fonte: Gravina e Santarosa (1998)

Figura 21: *Movimentando o ponto C*

Fonte: Gravina e Santarosa (1998)

- b) As áreas dos triângulos não variaram com as movimentações porque apesar das mudanças, a altura e a medida da base do triângulo original não mudaram, continuaram com a mesma medida, 3 e 5 respectivamente, conforme imagens da resposta do item “a”, fazendo com que todos os triângulos obtidos tivessem a mesma área, visto que para o cálculo da mesma, são usadas apenas a medida da base e da altura. O aluno perceberá que a altura do triângulo não é o segmento que une o vértice oposto à base ao ponto médio da mesma e sim o segmento que representa a menor distância entre o referido vértice e a base do triângulo. O perímetro variou conforme os triângulos porque o seu cálculo depende da medida dos lados da figura, então como a medida dos lados dos triângulos variavam com as movimentações, consequentemente o perímetro também variava.
- c) Se o ponto A ou o ponto B forem movimentados a área e o perímetro do triângulo irá variar conforme os novos triângulos obtidos. Isso ocorre porque como o ponto A e o ponto B formam a base do triângulo, se eles forem movimentados, a medida da base irá mudar, e consequentemente a medida da área também mudará. Como o perímetro de uma figura é a soma das medidas dos seus lados, qualquer mudança na medida de qualquer um deles, irá influenciar também na medida do perímetro da figura. Exemplo de movimentação do ponto B:

Figura 22: *Movimentando o ponto B*

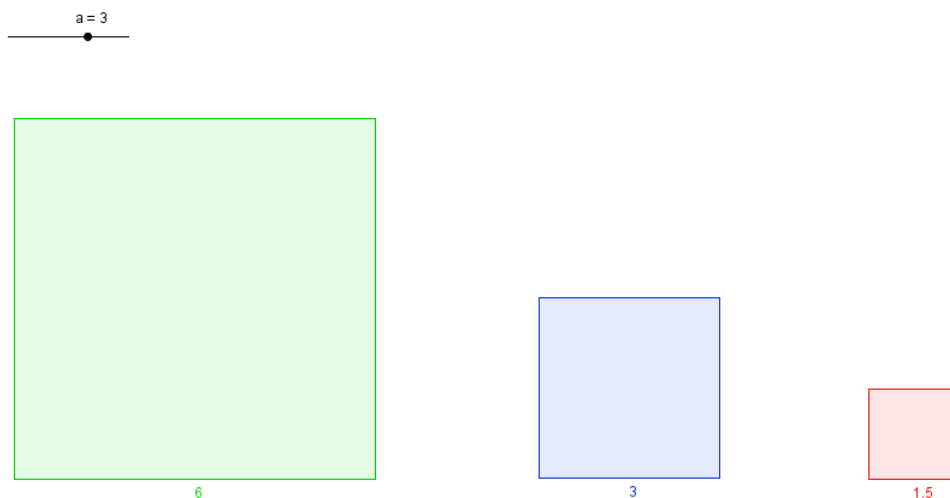
Fonte: Gravina e Santarosa (1998)

- d) Podemos concluir que o perímetro de um triângulo não está diretamente ligado à medida da sua área, pois podemos aumentar ou diminuir o perímetro de um triângulo sem que para isto modifiquemos a medida da sua área.

O GeoGebra faz a diferença em atividades como estas porque o aluno pode ver as definições de altura, de base, de perímetro e de área de um triângulo, como também a relação entre elas na prática de uma forma dinâmica, onde a figura se adequa a decisão tomada pelo aluno, abrindo um espaço enorme para a criatividade, fator fundamental para uma aprendizagem significativa.

Atividade 2: Trabalhando a área do quadrado (ASSIS; BEZERRA, 2011, p.114)

Enunciado: Observe os três quadrados no GeoGebra, mova o seletor **a** e responda as seguintes perguntas:

Figura 23: *Quadrados*

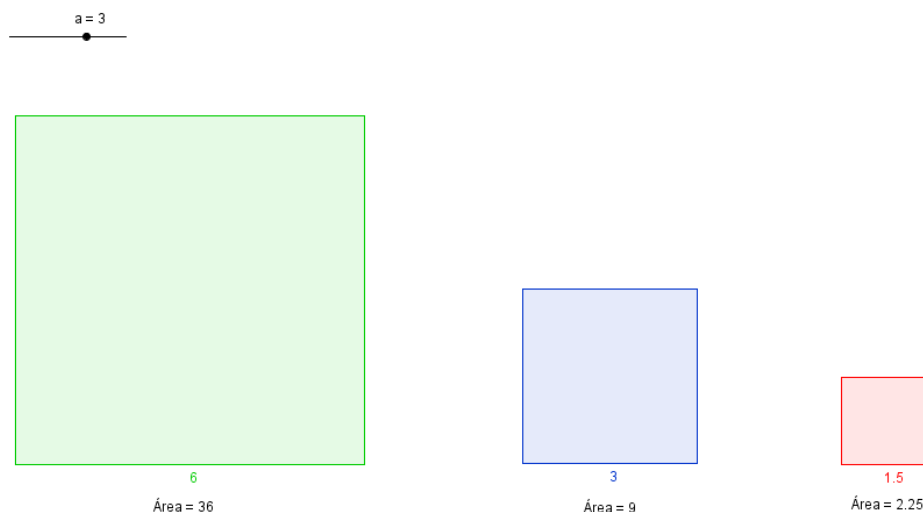
Fonte: Assis e Bezerra (2011)

- Compare o comprimento do lado do quadrado azul com o comprimento do lado do quadrado vermelho e do verde. Que relação você encontrou?
- Calcule as áreas dos três quadrados. Compare a área do quadrado azul com as áreas do quadrado vermelho e verde. Que relação você encontrou?
- Mova o seletor e formule uma conjectura que compara o comprimento dos lados e área do quadrado azul com os quadrados vermelho e verde. Tente provar sua conjectura.

Solução:

- Comparando o comprimento do lado do quadrado azul, com o comprimento do lado do quadrado vermelho e do verde, percebemos que o comprimento do lado do quadrado verde é o dobro do comprimento do lado do quadrado azul e o comprimento do lado do quadrado vermelho é metade do comprimento do lado do quadrado azul.
- Calculando a área dos três quadrados, perceberemos que o quadrado verde tem a área quatro vezes maior que a área do quadrado azul e o quadrado azul tem a área quatro vezes maior que a área do quadrado vermelho.

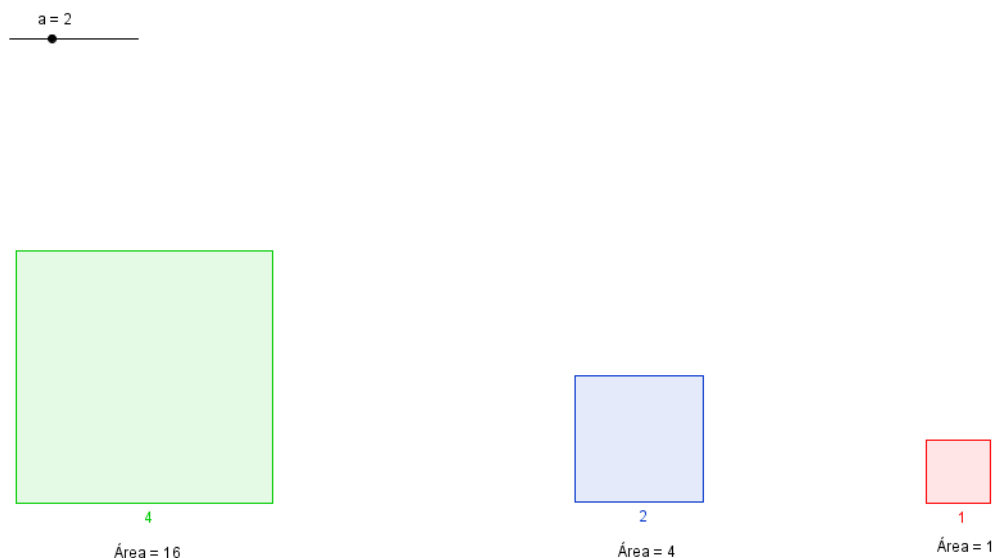
Figura 24: Área dos quadrados



Fonte: Assis e Bezerra (2011)

- c) Movendo o seletor para o valor 2, vemos que o comprimento do lado do quadrado azul também passa a ser 2 e os comprimentos dos lados dos outros dois quadrados passam ser o dobro e a metade do comprimento do quadrado azul, evidenciando uma relação entre eles:

Figura 25: *Movimentando o seletor*



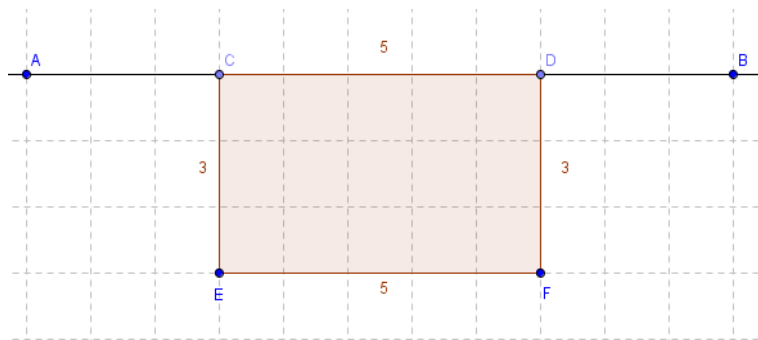
Fonte: Assis e Bezerra (2011)

Então um exemplo de conjectura pode ser: chamando o comprimento do lado do quadrado azul de **1**, o comprimento do lado do quadrado verde será **21** e do quadrado vermelho será **1/2**. E as áreas dos quadrados azul, verde e vermelho serão: **1²**, **41²** e **1²/4** respectivamente.

O fato de o GeoGebra atualizar automaticamente os dados dos quadrados mediante a movimentação do seletor, facilita a observação da relação existente entre os comprimentos dos lados dos quadrados azul, verde e vermelho e a relação existente entre as suas áreas, esta atualização não seria possível pelo método tradicional do lápis e papel.

Atividade 3: Trabalhando área e perímetro do retângulo e do paralelogramo

Enunciado: Observe a figura abaixo:

Figura 26: Retângulo

Fonte: Autor do trabalho

Construa este mesmo retângulo no GeoGebra utilizando a seguinte sequência de ferramentas:



Utilize a ferramenta *reta definida por dois pontos*, para criar a reta definida pelos pontos A e B;



Utilizando a ferramenta *segmento com comprimento fixo*, clique na reta AB e crie um segmento de tamanho 5;



Utilizando a ferramenta *polígono*, crie um retângulo com as mesmas dimensões do retângulo acima;



Utilizando a ferramenta *distância, comprimento ou perímetro*, clique em cada um dos lados do retângulo para que sejam mostrados os comprimentos dos lados da figura.

Calcule a área do retângulo e o seu perímetro sem usar o GeoGebra. Depois mova o ponto C por toda extensão da reta AB e responda:

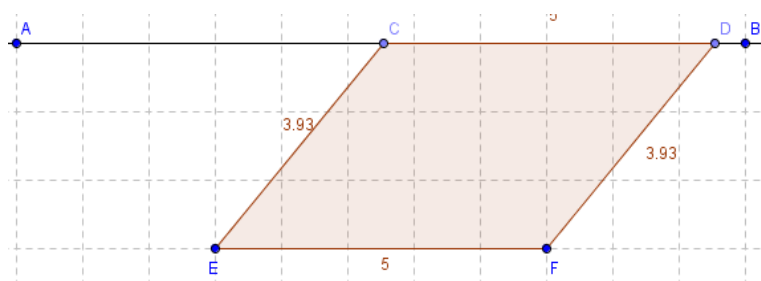
- Em que figura geométrica plana o retângulo se transformou?
- Observe que os lados paralelos da nova figura têm as mesmas medidas. O retângulo também tem os lados paralelos de mesmo tamanho. O que podemos definir com relação a estas constatações?

- c) Utilizando a ferramenta *distância*, *comprimento* ou *perímetro* e depois a ferramenta *área*, calcule o perímetro e a área da nova figura geométrica. O que mudou com relação à área e o perímetro do retângulo que você calculou anteriormente? Será que utilizando a mesma fórmula utilizada para calcular a área do retângulo seria possível encontrar a área da nova figura?

Solução:

- a) Movendo o ponto C, o retângulo se transforma em um paralelogramo:

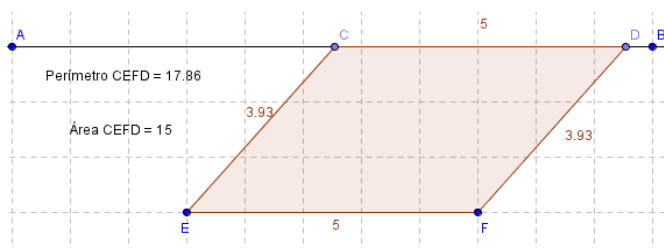
Figura 27: Movimentando o ponto C do retângulo



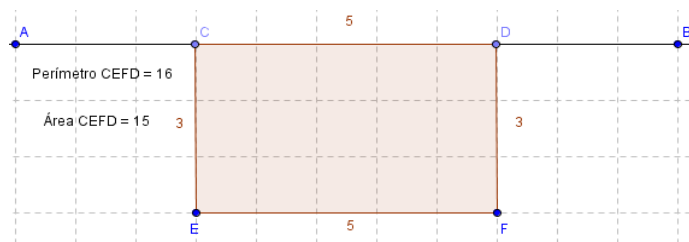
Fonte: Autor do trabalho

- b) O fato de tanto o paralelogramo quanto o retângulo terem os seus lados paralelos iguais, nos leva a dizer que o retângulo é um tipo de paralelogramo, o que pode ser observado na imagem na resposta do item “a”.
- c) Observando as duas figuras abaixo, percebemos que tanto o retângulo quanto o paralelogramo possuem a mesma área, mas com perímetros diferentes:

Figura 28: Área e perímetro do paralelogramo



Fonte: Autor do trabalho

Figura 29: Área e perímetro do retângulo

Fonte: Autor do trabalho

Para calcularmos a área do retângulo e do paralelogramo podemos usar a mesma relação, que é a medida da base vezes a medida da altura, como estas medidas tem o mesmo comprimento nas duas figuras, as suas áreas também são iguais. Os perímetros são diferentes pelo fato dos lados CE e DF do retângulo terem aumentado de tamanho quando o retângulo foi transformado em paralelogramo.

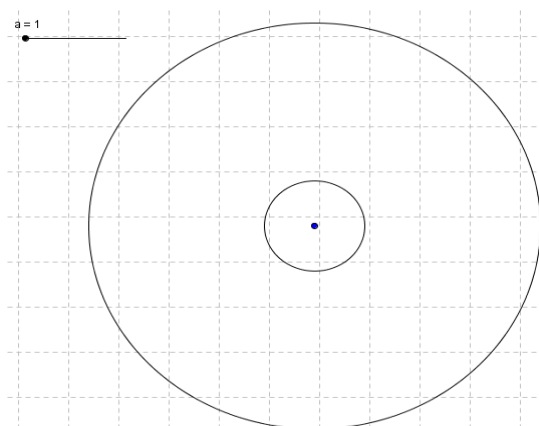
O GeoGebra possui a vantagem, de que através dele, uma figura geométrica plana pode ser transformada em outra, tornando evidente as relações entre elas e possibilitando que o aluno faça generalizações.

Atividade 4: Trabalhando a área e perímetro do círculo

Enunciado: Paulo teve um sonho estranho, no sonho de Paulo havia uma cidade em forma de um círculo, do centro da cidade até a sua fronteira havia 4,5 Km e bem no centro da cidade se formou um enorme buraco que tinha também a forma de um círculo e possuía 1 km de raio. No sonho, o raio do buraco crescia 1 km a cada 1 hora, mas quando o buraco havia crescido durante 4 horas, Paulo acordou. Então Paulo resolveu retratar o sonho no GeoGebra, fazendo os seguintes procedimentos:

Ele usou a ferramenta *Seletor*, denominando de **a**, colocou um intervalo de 1 a 4 e incremento 1. O seletor representava as horas em que o buraco cresceu. Depois ele usou a ferramenta *Círculo dado centro e raio* e criou um círculo de raio 4,5, que representava a cidade. Usando novamente a ferramenta *Círculo dado centro e raio*, ele clicou no centro do círculo que ele tinha feito e criou um novo círculo de raio **a**, que representava o buraco. O trabalho de Paulo no GeoGebra ficou assim:

Figura 30: Trabalho de Paulo

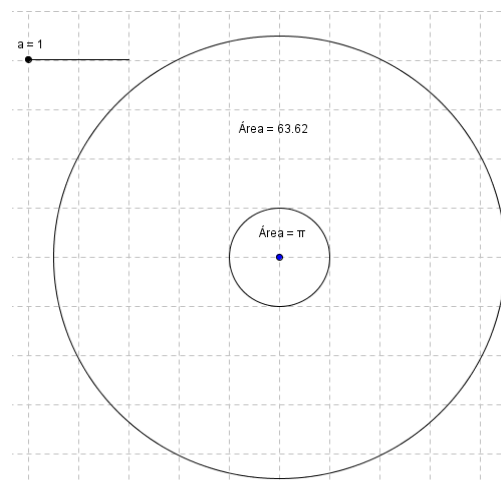


Fonte: Autor do trabalho

- Utilizando os mesmos procedimentos de Paulo retrate o sonho dele no GeoGebra e responda qual é a área da cidade e a do buraco quando o seletor for igual a 1?
- Ative o seletor e observe como o buraco cresce e calcule a área do buraco no seu tamanho máximo. Calcule também a área da cidade que não foi atingida pelo buraco.
- Que conclusões podemos tirar entre a relação do raio de um círculo e a sua área?
- Utilizando a ferramenta *distância*, *comprimento* ou *perímetro*, clique na borda do círculo que representa a cidade e veja qual é o seu perímetro, em seguida calcule você mesmo esse perímetro utilizando a fórmula adequada e compare os resultados.

Solução:

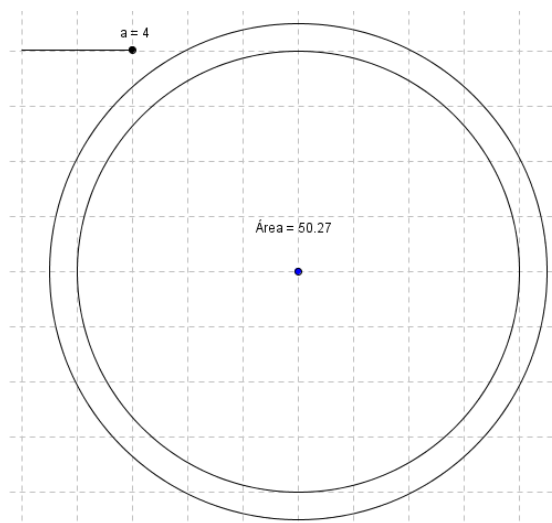
- Utilizando a ferramenta *área* do GeoGebra para calcular a área da cidade e a área do buraco quando o seletor for igual a 1, temos:

Figura 31: Área da cidade e do buraco

Fonte: Autor do trabalho

Então a área da cidade é de 63,62 km² e área do buraco quando o setor é igual a 1 é 3,14 km².

- b) Novamente usando a ferramenta *área*, calculamos a área do buraco no seu tamanho máximo:

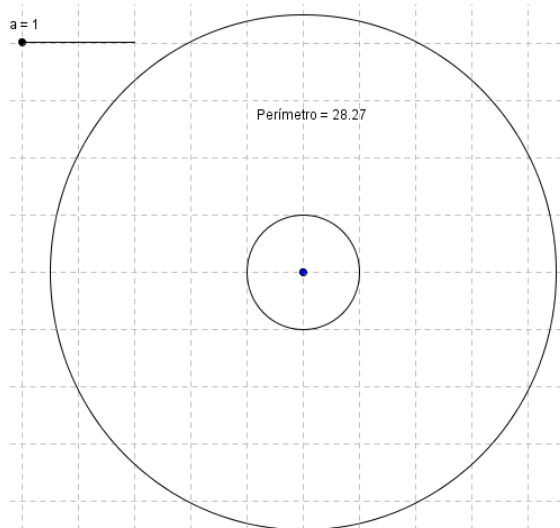
Figura 32: Área do buraco no seu tamanho máximo

Fonte: Autor do trabalho

Então a área do buraco no seu tamanho máximo é de 50,27 km². A área da cidade que não foi atingida pelo buraco é obtida através do cálculo: $63,62 - 50,27 = 13,35$ km².

- c) Podemos tirar a conclusão de que o tamanho da área de um círculo está proporcionalmente ligada ao tamanho do seu raio, se aumentarmos o raio, a área aumenta, se ele for diminuído, a área também diminui.
- d) Calculando no GeoGebra o perímetro da cidade temos 28,27 km:

Figura 33: *Perímetro da cidade*



Fonte: Autor do trabalho

Para calcularmos o perímetro usamos a fórmula $C = 2\pi r$, então temos:

$$C = 2 \times 3,14 \times 4,5 = 28,26 \text{ km}$$

Houve uma pequena diferença entre o cálculo do GeoGebra e o feito pela fórmula acima, por que o *software* usa uma medida mais precisa para o valor de Pi.

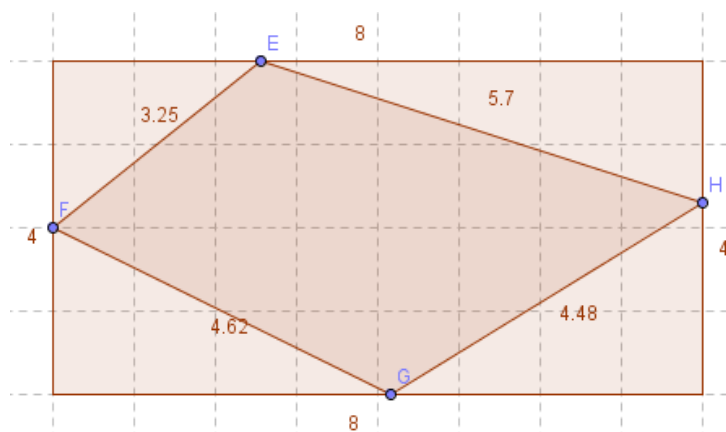
Os alunos podem ver na prática, de forma funcional, a relação da área de um círculo e o comprimento de seu raio, pelo fato do GeoGebra proporcionar movimento aos objetos matemáticos em questão, esta é uma das vantagens do *software*, algo que poderia ser dito, é visto e comprovado pelo aluno de forma dinâmica.

Atividade 5: Área e perímetro do losango e do retângulo

Enunciado: Selecione a opção *exibir malha* e utilizando a ferramenta *polígono*, construa no GeoGebra um retângulo com 8 unidades de comprimento e 4 unidades de largura, omita os pontos que formam o retângulo e retire a *malha*.

Utilizando novamente a ferramenta *polígono*, clique uma vez em cada lado do retângulo de modo que seja formado um quadrilátero qualquer. Utilizando a ferramenta *distância, comprimento ou perímetro*, clique nos lados desse quadrilátero e nos lados do retângulo para que os comprimentos dos lados das duas figuras sejam exibidos. Selecione a opção *exibir malha* novamente e utilize a ferramenta *mover* e mova os pontos tentando formar um losango, conforme figura abaixo:

Figura 34: Formando o losango

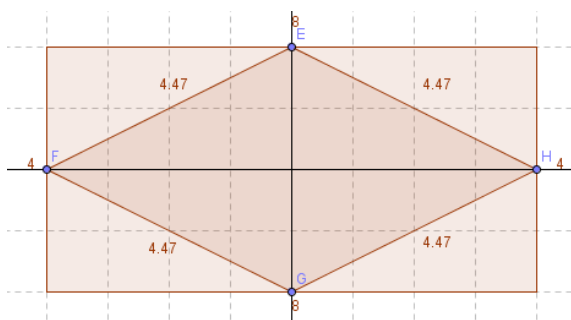


Fonte: Autor do trabalho

- Você conseguiu formar o losango? Se conseguiu, utilize a ferramenta *reta definida por dois pontos*, trace uma reta passando pelo ponto F e H e utilize a ferramenta *reta perpendicular* e trace uma reta passando pelos pontos E e G. Depois dos procedimentos executados, quais são as propriedades do losango?
- Observe os vértices do losango e compare a posição deles com relação aos lados dos retângulos. Que conclusões você chegou?
- Calcule a área do losango e a do retângulo e as compare. Que generalizações podemos fazer? Calcule o perímetro de cada figura, existe alguma relação entre eles?

Solução:

- O losango depois de formado e feita às duas retas, fica assim:

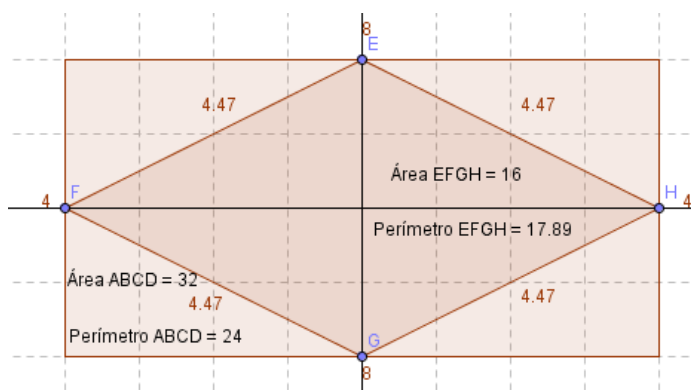
Figura 35: Losango a partir de um retângulo

Fonte: Autor do trabalho

Observando a figura percebemos que o losango possui quatro lados iguais e suas diagonais são perpendiculares entre si.

b) Observando a figura acima, podemos concluir que os vértices do losango são os pontos médios dos lados do retângulo.

c) Utilizando a ferramenta *área*, vemos que a área do retângulo é 32 e a área do losango é 16. Com base nesta informação podemos dizer que todo losango obtido através dos pontos médios dos lados de um retângulo terá sempre a metade da área desse retângulo. Utilizando a ferramenta *distância*, *comprimento ou perímetro*, calculamos os perímetros das duas figuras, mas não existe uma relação explícita entre eles.

Figura 36: Área e perímetro do losango e do retângulo

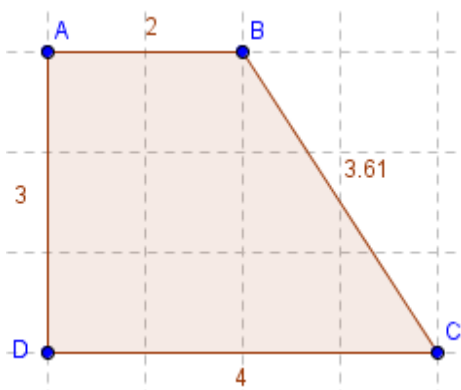
Fonte: Autor do trabalho

Mais uma vez, o aspecto dinâmico do software é primordial para que o aluno possa visualizar as relações existentes entre as duas figuras planas, que na atividade trata-se do retângulo e do losango, onde foi demonstrado que através de um dado retângulo, podemos obter um losango e que este losango possui a metade da área deste retângulo.

Atividade 6: Trabalhando área e perímetro do trapézio

Utilizando o GeoGebra, selecione a opção exibir *malha*, depois usando a ferramenta *polígono* construa um trapézio retângulo onde sua base menor tenha 2 unidades e sua base maior tenha 4 unidades e a sua altura seja igual a 3 unidades. Feito o trapézio, utilize a ferramenta *distância, comprimento ou perímetro* e clique nos lados do trapézio para que os comprimentos deles sejam exibidos, como na figura a seguir:

Figura 37: Trapézio



Fonte: Autor do trabalho

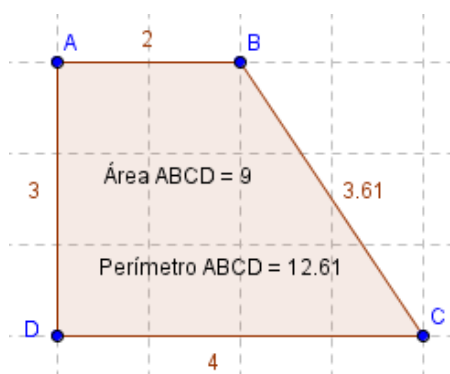
- Calcule a área do trapézio ABCD e o seu perímetro. Depois mova o ponto B de maneira que a base menor tenha o dobro do seu tamanho, em seguida mova o ponto C de forma que a base maior fique também com o dobro do seu comprimento. Calcule a nova área e o novo perímetro. O que você constatou com as mudanças em relação às áreas e os perímetros obtidos?
- Recoloque os pontos B e C no lugar que eles estavam anteriormente. Mova os pontos D e C e faça com que o trapézio tenha 6 unidades de altura, em seguida faça o cálculo da área e do perímetro do trapézio com a nova altura. O que podemos dizer sobre a medida desta área e deste perímetro em relação às outras duas áreas e os outros dois perímetros que você tinha calculado anteriormente?
- Deixe o ponto D no lugar que ele está e mova novamente os pontos B e C como na questão “a” e calcule a área novamente. Que relação tem a medida desta nova área com a primeira área que você calculou? Será que o que você constatou com as comparações é válido também para os trapézios isósceles e escalenos?

- d) Resolva o seguinte problema: Para que um trapézio qualquer tenha 2 vezes o tamanho da sua área o que bastaria fazer com a medida da sua altura?

Solução:

- a) Usando a ferramenta *área* e a ferramenta *distância, comprimento ou perímetro*, calculamos a área e o perímetro, respectivamente, antes de mover o ponto B e o ponto C:

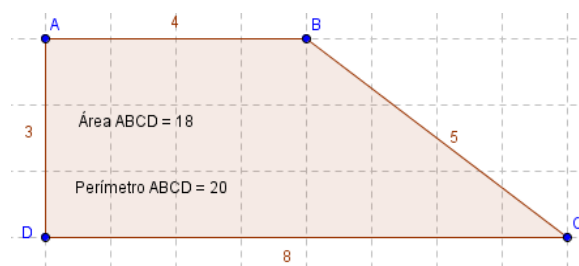
Figura 38: Área e perímetro do trapézio



Fonte: Autor do trabalho

Depois movendo o ponto B e o ponto C da forma que a questão nos indica, temos uma área de 18 unidades e um perímetro de 20 unidades:

Figura 39: Área e perímetro do trapézio

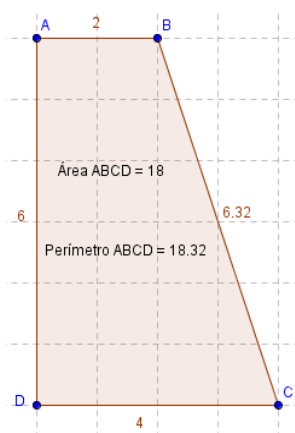


Fonte: Autor do trabalho

Fazendo as modificações constatamos que o perímetro aumentou, claro que devido ao aumento dos comprimentos das bases, mas a área além de ter aumentado, ela passou a ser o dobro da medida da área que tínhamos antes das mudanças.

- b) Recolocando os pontos B e C nos seus lugares e movendo o ponto D e o ponto C novamente, da forma indicada na questão, temos:

Figura 40: Área e perímetro do trapézio

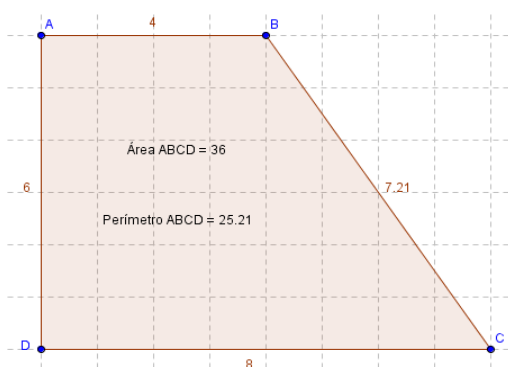


Fonte: Autor do trabalho

O GeoGebra atualiza automaticamente a medida da área e do perímetro quando ocorrem mudanças, comparando esta medida de área de 18 unidades, com as outras duas que tínhamos calculado anteriormente, constatamos que elas são iguais. Já este perímetro de 18,32 unidades, é diferente das outras duas medidas de perímetro que tínhamos calculado anteriormente.

- c) Fazendo as modificações recomendadas na questão, temos:

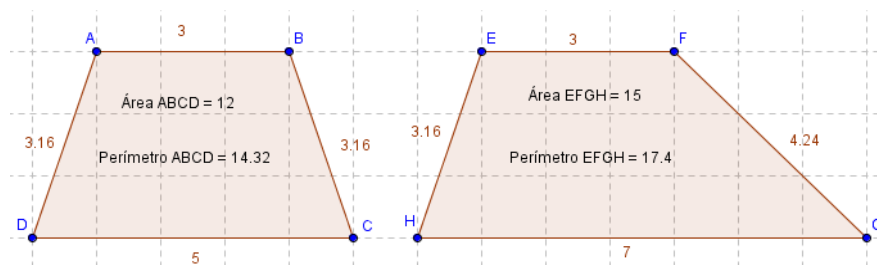
Figura 41: Área e perímetro do trapézio



Fonte: Autor do trabalho

Comparando esta área de 36 unidades, com a primeira área que foi de 9 unidades, percebemos que esta área é quatro vezes maior que a primeira que tínhamos calculado. Criando mais dois trapézios, um escaleno e outro isósceles, temos:

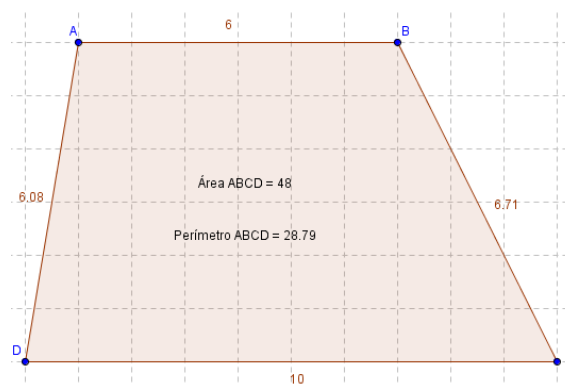
Figura 42: *Trapézio escaleno e trapézio*



Fonte: Autor do trabalho

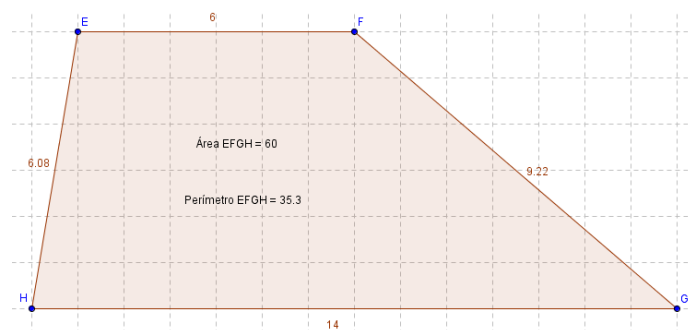
Agora fazendo com eles as recomendações da questão “c”:

Figura 43: *Área do trapézio isósceles*



Fonte: Autor do Trabalho

Figura 44: *Área do trapézio escaleno*



Fonte: Autor do trabalho

Percebemos que as áreas destes trapézios, depois das modificações, também são quatro vezes maior que as áreas que eles tinham antes das modificações.

- d) Com base no que foi feito nas questões a, b e c, podemos dizer que para qualquer trapézio ter a sua área duplicada, basta apenas dobrar o valor do comprimento da sua altura.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

5

Mostramos neste trabalho o quanto os conceitos de área e perímetro de figuras planas são importantes para a formação do aluno e para aplicações cotidianas. Por isso mesmo são tratados nos PCN (BRASIL, 1998). Ao mesmo tempo mostramos também alguns dados estatísticos da Prova Brasil (BRASIL, 1998) sobre a compreensão dos alunos com relação a estes conteúdos. Mostraram que os alunos têm dificuldades para colocarem em prática os dois conceitos, área e perímetro de figuras planas, na resolução de problemas.

Procuramos mostrar como o uso de um *software* educativo, no caso o GeoGebra, pode ser importante para o trabalho de área e perímetro das principais figuras geométricas planas, pois o *software* possui a vantagem de proporcionar dinamicidade, o que não é possível pelo método tradicional.

Pelo método tradicional, o conceito de área e perímetro das principais figuras planas são apenas transmitidos para os alunos, de forma oral e escrita, incentivando apenas a memorização de fórmulas, ou seja, o aluno recebe tudo pronto. Com o GeoGebra, os alunos têm a oportunidade de trabalharem, de forma dinâmica, as propriedades das figuras planas envolvidas na atividade e entender o porquê de tal propriedade ser usada ou não para o cálculo de determinada área ou determinado perímetro, bem como relacionar, através do *software*, várias figuras planas, proporcionando ao aluno que ele perceba as semelhanças e diferenças entre tais figuras, estimulando o raciocínio e a criação de conjecturas.

Pesquisamos problemas envolvendo área e perímetro das principais figuras planas nos livros didáticos de matemática do segundo segmento do Ensino Fundamental utilizados pela Escola Municipal de Ensino Fundamental Antônio Lourenço de Barros, escola da zona rural da cidade de Pitimbu. Os livros pesquisados fazem parte de uma obra em quatro volumes do autor Bianchini, 6ª edição, 2006. Os problemas pesquisados foram apresentados no item 3.3 deste trabalho. Estes problemas não servem para o trabalho com o GeoGebra, pois não exploram o aspecto dinâmico do *software*. O GeoGebra neste caso seria usado apenas como ferramenta de desenho e/ou ferramenta

de cálculo, tornando sua utilização desnecessária e assim as atividades muitas vezes se resumiriam apenas a aplicação de fórmulas.

O GeoGebra é um *software* voltado para o ensino da Matemática, sendo assim, se faz necessário que o professor que deseja usá-lo, possua conhecimentos matemáticos para que o *software* seja usado de forma proveitosa e também que o professor procure se informar, pesquisar sobre como usar as ferramentas do GeoGebra, como aplicá-las no ensino de conteúdos matemáticos e de como ministrar uma aula usando este tão poderoso recurso tecnológico.

Mostramos através das atividades 1,2,3,4,5 e 6 que é possível a adequação de exercícios e problemas que trabalhem o conceito e o cálculo de área e perímetro das principais figuras planas para serem feitas no GeoGebra, atividades que podem ser aplicadas no segundo segmento do Ensino Fundamental. E também que explorem tanto o raciocínio, a autonomia e a criatividade dos alunos, quanto a dinamicidade do *software*.

Neste trabalho, particularmente, aprendi como usar várias ferramentas do GeoGebra e explorar as suas potencialidades. Devido às pesquisas realizadas, percebi que as novas tecnologias devem fazer parte do processo de ensino-aprendizagem, pois elas já fazem parte do cotidiano dos alunos e a escola e o professor, que no nosso caso, o professor de matemática, não podem fechar os olhos para esta realidade. O trabalho mostrou que é possível ensinar área e perímetro das principais figuras planas de uma forma que vai além do convencional e de uma forma dinâmica, de uma forma que pode levar o aluno a raciocinar, criar conjecturas, fazer descobertas. Este trabalho contribuiu também para que os professores de matemática percebam que as novas tecnologias podem ser usadas nas aulas de matemática e que elas podem ser usadas não para substituir o método convencional de ensinar, mas para preencher as lacunas deixadas por ele.

REFERÊNCIAS

ANDRINI, Álvaro; Maria José C de V. Zampirolo. *Novo Praticando Matemática*, obra em 4 v. para alunos de 5ª a 8ª séries – São Paulo: Editora do Brasil, 2002.

BEZERRA, M.C.A. ASSIS, C. F. C. Softwares educativos nas aulas de matemática. RÊGO, R.G. et al. *Tecnologias para ensinar matemática: reflexões e atividades para o Ensino Fundamental*. João Pessoa: Editora Universitária da UFPB, 2011.

BIANCHINI, Edwaldo. *Matemática*, obra em 4 v. para alunos de 6º ao 9º ano – 6. ed. – São Paulo: Moderna, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: Matemática*. Brasília, MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. PDE. Plano de Desenvolvimento da Educação. *Prova Brasil*. Ensino Fundamental. Matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília. MEC. SEB; Inep, 2011. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/prova%20brasil_matriz2.pdf>. Acesso em: 03/09/2013.

DANTE, Luiz Roberto. *Didática da resolução de problemas de matemática*. 2. ed. São Paulo: Ática, 2000.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas, SP: Autores associados, 2006.

GRAVINA, M.; SANTAROSA, M. *A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados*. Brasília, 1998. Disponível em: <www.miniweb.com.br/ciencias/artigos/aprendizagem_mat.pdf>. Acesso em: 22 out. 2013.

Instituto GeoGebra no Rio de Janeiro. O que é o GeoGebra?. Disponível em: <<http://www.geogebra.im-uff.mat.br/>>. Acesso em 27 out. 2013.

JUCÁ, S. A relevância dos *softwares* educativos na educação profissional. *Ciência & Cognição*. Ceará, 2006. Disponível em: <<http://www.cienciasecognicao.org>>. Acesso em: 17. Out. 2013.

Lutz, Mauricio. *Área das figuras geométricas planas*. Disponível em: <<http://www.search-document.com/pdf/1/6/area-do-losango-exercicios-resolvidos.html>>. Acesso em: 03 out. 2013.

OLIVEIRA, Lucas. *Exercício de áreas e perímetros*. Disponível em: <<http://www.amigonerd.com/areas-e-perimetros/>>. Acesso em 03 out. 2013.







PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. *Revista Zetetiké*, Campinas/SP, ano 1, n. 1, p. 7-17, 1993.

TOLEDO, M; TOLEDO, M. Didática da Matemática: como dois e dois. A construção da Matemática. São Paulo: FTD, 1997.

VIEIRA, E. R. *Conhecendo a Escola: Qual a área do Refeitório?*. Disponível em: <<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=28372>> Acesso em: 12 out. 2013.

APÊNDICE

Apêndice A – Procedimento de Construção da Atividade 2

Ferramentas	Procedimentos para construção
	<p>Crie seletor a com os seguintes dados: Valor; intervalo de 1 a 3; incremento: 0,5.</p>
	<p>Crie um segmento de reta com comprimento a.</p>
	<p>Com a ferramenta polígono regular clique nos pontos A e B e gere um polígono de 4 lados. Nesse caso obterá o quadrado azul. Repita o mesmo procedimento para criar o quadrado verde e o quadrado vermelho de lado $2a$ e $a/2$, respectivamente. Omita os rótulos.</p>
	<p>Ative a ferramenta <i>distância, comprimento ou perímetro</i> e clique sobre um lado de cada quadrado para que os alunos vejam as medidas.</p>
	<p>Mova o seletor e perceba como as medidas dos lados se comportam.</p>
	<p>Salve a construção.</p>